أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وعلى التفكير الرياضي والتحصيل لدى طلبة الصف العاشر في الأردن

إعداد

جبر عبد الله علي البنا

المشرف

الدكتور خالد محمد أبو لوم

قدمت هذه الأطروحة استكمالاً لمتطلبات الحصول على درجة دكتوراه الفلسفة في المناهج والتدريس

كلية الدراسات العليا

الجامعة الأردنية

أيار، ٢٠٠٧

نوقشت هذه الأطروحة (أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وعلى التفكير الرياضي والتحصيل لدى طلبة الصف العاشر في الأردن) وأجيزت بتاريخ : ٣ / ٥ / ٢٠٠٧

أعضاء لجنة المناقشة	التوقيع
الدكتور خالد محمد أبو لوم، مشرفاً استاذ مساعد مناهج وتدريس الرياضيات ــ المناهج والتدريس	.....
الدكتور مفضي رزق أبو هولا، عضواً استاذ مشارك مناهج وتدريس العلوم ــ المناهج والتدريس	.....
الدكتور احمد محمد المقدادي، عضواً استاذ مشارك مناهج وتدريس الرياضيات ــ المناهج والتدريس	.....
الدكتور علي عبد الله الجراح، عضواً استاذ مشارك رياضيات ــ رياضيات (جامعة اليرموك)	.....

الإهداء

الى من انجباني وربياني: الى والديّ العزيزين الى روح والدي الحنون، الى رفيقة دربي التي واصلت الليل بالنهار ليرى هذا العمل المتواضع النور ... نهى العمري

الى ابنائي الاحبة ليث وغيث ، الى الزملاء المربين الفاضلين واعزائنا الطلبة .

اليكم جميعا اهدي هذا الجهد المثمر ان شاء الله .

الشكر والتقدير

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين، سيدنا ورسولنا محمد "صلى الله عليه وسلم". وبعد أن أعانني الله على إتمام عملي هـذا، لا بـد مـن الوفـاء والعرفان والجميل لكل من ساهم في إخراج هذا الجهد المتواضع إلى حيز الوجود، لأتقدم بالشكر الجزيل وعظيم الامتنان إلى كل من:

الدكتور خالد أبو لوم المشرف على هذه الرسالة، الذي حمل على كتفيه عبء الإشراف عليهـا منذ كانت فكرة حتى اصبحت حقيقةً و واقعاً ، وكان سخياً في توجيهاتـه ونصـائحه السـديدة ومشورته القيمة دون كلل أو ملل التي كان لها أكبر الأثر في إتمام عملي هذا، فجزاه الله عنـي كل خير.

كما يسرني ان اتقدم بجزيل الشكر والامتنان الى الاسـاتذة الافاضـل أعضـاء لجنـة المناقشة: الدكتور احمد محمد المقدادي،والدكتور مفضي رزق أبو هولا ، والدكتور علي عبـد الله الجراح لما بذلوه من جهد قراءتها، وما أسدوه لي من رأي وحسن توجيه، أضـافت قيمـة علمية وفنية عليها، فلهم مني كل تقدير واحترام.

وأخيراً أقدم شكري وعظيم امتناني إلى كل من مد لي يد العـون طيلـة فتـرة بحثـي وعملي، وأخص بالذكر السادة أعضاء تحكيم أدوات الدراسة الذين تمت الاستعانة بخبراتهم فـي الجامعات الأردنية وجامعة الزيتونة وجامعة البترا وجامعة عمان العربيـة للدراسـات العليـا، والمشرفين والمعلمين والمعلمات في المدارس الحكومية ومدارس القطاع الخاص ومدارس وكالة الغوث، وإلى كل من مد لي يد العون في إنجاز عملي هذا، وأخص بالذكر المعلم جمال الصالح والمعلمة وصال علان شكر الله لهم جهودهم، وجعلهم ذخراً للعلم، وجزاهم الله عني خير الجزاء

الباحث

فهرس المحتويات

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

قائمة الجداول

قائمة الملاحق

نموذج تفويض

أنا جبر عبد الله علي البنا أفوض الجامعة الأردنيـــة بتزويـــد نســـخ مـــن أطروحتي للمكتبات أو المؤسسات أو الهيئات أو الأشخاص عند طلبها.

التوقيع:

التاريخ: ٠٣/ ٥/ ٢٠٠٧

I, Jaber Abdallah Ali Al-Banna authorized the University of Jordan to supply copies of my thesis / dissertation to libraries or establishments or individuals on request.

Signature :

Date : 03 /5/2007 AD

أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وعلى التفكير الرياضي والتحصيل لدى طلبة الصف العاشر في الأردن

إعداد

جبر عبد الله علي البنا

المشرف

الدكتور خالد محمد أبو لوم

ملخص

هدفت الدراسة إلى معرفة أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وعلى التفكير الرياضي والتحصيل لدى طلبة الصف العاشرالاساسي . بلغ عدد أفراد عينة الدراسة (١٥٩) طالباً وطالبة من الصف العاشر الأساسي موزعين على مجموعتين: تجريبية عددها (٨٠) طالباً وطالبة، وضابطة عددها (٧٩) طالبا وطالبة، تم اختيارهم من مدرستين تابعتين لمدارس مديرية التربية والتعليم لمنطقة عمان الاولى في العام الدراسي ٢٠٠٦/٢٠٠٧ هما : مدرسة جعفر الطيار الأساسية للذكور ومدرسة الأشرفية الأساسية للإناث، وتم اختيار الشعب الأربعة (اثنتان للذكور واثنتان للإناث)بطريقة عشوائية ثم تم توزيع الشعب في كل مدرسة عشوائياً إلى شعبتين: إحداهما تجريبية تخضع للبرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية مع دراسة محتوى هندسي ممثل بوحدتي الدائرة والمثلثات من كتاب الصف العاشر، والأخرى ضابطة لا تخضع للبرنامج التدريبي وتدرس نفس المحتوى بالطريقة الاعتيادية. وقد تم اختيار أحد معلمي الرياضيات في مدرسة الذكور، وإحدى معلمات الرياضيات في مدرسة الإناث، لتدريس المادة التعليمية نفسها لطلبة المجموعتين الضابطة والتجريبية في كل من المدرستين. ومن أجل تحقيق أهداف الدراسة قام الباحث بتصميم برنامج

تدريبي يدور حول تدريب طلبة المجموعة التجريبية علـــى (٩) اســـتراتيجيات لحـــل المســـألة الهندسية واستخدامها الاستخدام الصحيح بواقع (١٨ حصة صفية) وتطبيقها بشكل مناسب، وقد تم عرض كل استراتيجية وإعطاء تعريف لكل واحدة منها وتوضيحها، وعرض مثالين محلولين وتدريبين على كل استراتيجية ليقوم الطلبة بحلها. واستخدم لأغراض البحث (٣) اختبارات من إعداد الباحث: الأول: اختبار حل المسألة الهندسية والثاني: اختبار التفكير الرياضي والثالـــث: تحصيلي، وتم التحقق من صدق ادوات الدراسة عن طريق عرضها على لجنة مـــن المحكمـــين المتخصصين ، وتم حساب الثبات من خلال معادلة بيرسون ومعادلة كرونبـــاخ الفـــا ومعادلـــة كورد_ ريتشاردسون، وبعد التأكد من أنتهاء عملية التدريب وإنهاء وحدتي الدائرة والمثلثات التي استغرقت مدة عشرة أسابيع، تم تطبيق الاختبارات الثلاثة من قبل الباحث نفسه في ثلاثـــة أيـــام متتالية على جميع الشعب التجريبية والضابطة.

أجابت الدراسة عن الأسئلة التالية :

١) ما أثر البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حـــل المسألة الهندسية لدى طلبة الصف العاشر ؟

٢) ما أثر البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنميـــة القـــدرة علـــى التفكير الرياضي لدى طلبة الصف العاشر ؟

٣) ما أثر البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندســـية علـــى التحصـــيل فـــي الرياضيات لدى طلبة الصف العاشر؟

استخدم الباحث تحليل التباين المشترك (ANCOVA) وأظهرت نتائج الدراسة وجـــود فرق جوهري بين المتوسط الحسابي المعدّل لعلامات طلبة المجموعة التجريبية والوسط الحسابي لعلامات اقرانهم في المجموعة الضابطة على الاختبارات الثلاثة ولصالح المجموعة التجريبيـــة التي تدربت على استراتيجيات حل المسألة الهندسية بجانب دراسة المحتوى الرياضي.

وفي ضوء هذه النتائج أوصى الباحث بضرورة الاهتمام باستراتيجيات حل المسألة الهندسية في مناهج الرياضيات وخصوصاً في المرحلة الأساسية العليا والثانوية، وزيادة اهتمام معلمي

الرياضيات بتدريب الطلاب على تلك الاستراتيجيات، وضرورة أن تحوي مناهج الرياضيات المدرسية مواقف لإثارة التفكير الرياضي بحيث يتم الاطلاع على كيفية تدريسها من خلال أدلة المعلمين، وكذلك تضمين الاختبارات المدرسية مواقف رياضية تحتاج من الطالب مستوى عال من التفكير لمعالجتها، وضرورة إعداد برامج تدريبية للمعلمين حول استراتيجيات حل المسألة الهندسية.

الفصل الأول

خلفية الدراسة ومشكلتها

الفصل الأول

خلفية الدراسة ومشكلتها

مقدمـــة:

لا يمكن تصور يوم يمر على حياة الأفراد بلا رياضيات، بلا أعداد أو رموز رياضـــية أو معادلات، فمعرفة التاريخ والوقت وقياس الأبعاد المختلفة وعمل الحاسب الآلي، كل هذا يؤكد أن الرياضيات أداة ضرورية لممارسة الحياة بالطريقة الصحيحة، فضلاً عن المســاعدة علـــى تنمية القدرة على التفكير السليم، والقدرة على حل المشكلات لدى المتعلم والمعلم، وتعمل علـــى تعويد الفرد الدقة والنظام في العمل. وينبغي لدارس الرياضيات أن يميز بين الاستخدام المباشر والاستخدام المتوقع أو المأمول للرياضيات، فبعض الموضوعات يمكن أن يســتخدمها المــتعلم مباشرة مثل النسبة المئوية حيث تستخدم فـــي البيـــع والشـــراء والبنـــوك وغيرهـــا، وبعـــض الموضوعات الأخرى مثل الحل العام لمعادلة الدرجة الثانية التي ربما لا يكون لها تطبيق مباشر ولكنها تكون جزءاً من الأساس الذي يبنى عليه رياضيات أرقى.

أن تنامي الدور الذي تلعبه التقنيات الحديثة في مجتمعات اليوم، يخلق حاجة أكبر للتسلح بالقوة الرياضية ويضفي أهمية أكبر على تعلم الرياضيات من قبل الجميع وهذا يفرض علينا أن نزيد من اهتمامنا بالرياضيات المدرسية وأن نوفر لأبنائنا فرصاً حقيقية لاكتساب هـــذه القـــوة (السواعي، ٢٠٠٤).

والرياضيات علم تجريدي من خلق وإبداع العقل البشري وتهتم من ضمن ما تهتم بـــه بالأفكار والطرائق وأنماط التفكير، وهي أكثر من علم الحساب الذي يعالج الأعـــداد والأرقـــام والحسابات، وهي تزيد عن الجبر –لغة الرموز والعلاقات–، وهي أكثر من علم الهندسة الـــذي

يدرس الشكل والحجم والفضاء (أبو زينة،٢٠٠٣) وتحتل الرياضيات مكانة متميزة بين المجالات المعرفية الأخرى، لما لها من تطبيقات متعددة ومتنوعة، وقيم جمالية تتمثل في تناسقها، وترتيب وتسلسل الأفكار فيها، وطرق معالجتها ونتائجها (داود، ١٩٨١).

تعتبر الرياضيات طريقة للبحث تعتمد على المنطق والتفكير العقلي وأبرز خاصية للرياضيات أنها مستخدمة لسرعة البديهة وسعة الخيال ودقة الملاحظة، والمتتبع لأهداف تدريس الرياضيات يجهدها تتغير بتغير أهداف التعليم فلم يعد البعد المعرفي هو الأهم، بل أصبحت الأهداف تتصف بالشمولية، فبالإضافة إلى الاهتمام بالبعد المعرفي نجد أن هناك اهتماماً واضحاً بالبعد الوجداني للرياضيات، من خلال التركيز على قيمة الرياضيات ومكانتها وتذوق البعد الجمالي، والدقة في التعبير وتقدير الذات وتنمية المهارات الاجتماعية لدى المتعلمين والمعلمين، وكذلك إدراك طبيعة الرياضيات وتطبيقاتها المهمة في الحياة اليومية ودورها في تقدم الحياة (الكرش،١٩٨٨).

وفي الوقت الحاضر حدثت وثبة غير مسبوقة في نمو الرياضيات، إذ أنها أصبحت العمود الفقري للتقنية وتطبيقاتها في كل من البحث العلمي والتنمية، كما أصبحت تعني بالمستقبل بالإضافة إلى الحاضر (شوق، ١٩٩٧).

ومما لا شك فيه أن العالم الذي نعيش فيه يتطور بسرعة كبيرة جداً، وتلعب الرياضيات دوراً كبيراً وبارزاً في هذا التطور العلمي والتكنولوجي، وتحتل لغة الرياضيات في حياتنا اليومية مكانة كبيرة، حتى ليقال أنها أصبحت لغة العصر الذي نعيشه (العطروني وأبو العباس، ١٩٨٦). وهي اللغة الثانية بعد اللغة القومية (خضر، ١٩٨٣). والرياضيات لغة تعبيرية يمكن التعبير عنها بالرسم أو بالرمز أو بالشكل (سلامة، ٢٠٠٥). وقد غزت الرياضيات اليوم جميع فروع العلوم المختلفة وأصبحت تشكل أحد مقوماتها الأساسية (أبو زينة ١٩٩٤). وقد أطلق

جاوس (Gauss) عبارته الشهيرة عن الرياضيات "الرياضيات ملكة العلـوم والحسـاب ملـك الرياضيات" (عكاشة وآخرون، ١٩٩٠، ١١).

إن مناهج الرياضيات المدرسية في جميع أنحاء العالم تتسم بتجانس مذهل، وأنـه مـن المؤكد أننا لو وضعنا كتاب رياضيات مدرسي تقليدي من بلد ما، بين أيدي مجموعة من معلمي الرياضيات ذوي الخبرة العالية لاستحال عليهم معرفة تلك الجهة التي أتى منها هذا الكتاب، مـا لم يستشفوا هذه المعرفة من شواهد غير رياضياته كاللغة وأسماء الأماكن (ياسين، ١٩٨٤).

ويمكن النظر إلى الرياضيات على أنها: (ابو زينة،٢٠٠٣)

١- طريقة ونمط في التفكير.

٢- لغة عالمية معروفة بتعابيرها ورموزها الموحدة عند الجميع.

٣- معرفة منظمة في بنية لها أصولها وتنظيمها وتسلسلها، تبدأ بتعابير غير معرفة ثم تتكامل إلى أن تصل إلى نظريات وتعاميم ونتائج.

٤- وينظر إلى الرياضيات على أنها فن تتمتع بجمالها و تناسقها وترتيب الأفكار الواردة فيها، فهي تولد بنى رياضية تنم عن إبداع الرياضي وقدرته على التخيل والحدس.

ويرى الكثير من التربويين أن الهدف العام من تعليم الرياضـيات هـو مسـاعدة المـتعلم للحصول على مفاهيم ومهارات رياضية عميقة وذات معنى، تجعله قادراً على حل المشاكل والمسائل المتعلقة بحاجات الحياة اليومية، وتمكنه من متابعة دراسته في مؤسسات التعلـيم الأعلى والاستمرار في التعليم الذاتي الذاتي (ماسلوفا،١٩٨٥) .

والرياضيات تعتبر بناء متماسك القوى يتكون من المفاهيم (المصطلحات)، والتعميمات، والخوارزميات والمهارات، والمسائل الرياضية، وفيما يلي وصف موجز لكل منها:

١- المفاهيم والمصطلحات:

وهي اللبنات الأساسية في بناء الرياضيات والمعرفة الرياضية، ويعد مصطلح المفهوم (concept) من المصطلحات التربوية التي اختلف العلماء في تحديده تماماً، لقد ورد في الأدبيات الرياضية تعريفات عديدة للمفهوم، فقد عرفه خير الله بأنه "اسم أو استجابة لمجموعة من الخصائص المشتركة بين المثيرات أو المواقف أو الظواهر أو الأحداث" (خير الله، ١٩٨١، ١١٢). وعرفه أبو زينة بأنه "الصفة المجردة المشتركة بين جميع أمثلة ذلك المفهوم" (أبو زينة ١٩٨٧، ١٣٤). وترى الأنصاري أن المفهوم عبارة عن "تنظيم عقلي أو ذهني لمجموعة من المثيرات وبالتالي فقد يكون: فكرة أو فهم لماهية الشيء، تنظيم معرفي لخصائص الشيء أو الأشياء أو صنف من الأشياء، تنظيم معرفي لمعاني الكلمات التي اتفق عليها تجمع معين "(الأنصاري،١٩٨٩،١١٧).

أما برونر (المشار إليه في عبيد وخضروسليمان، ١٩٨٩). فقد أكد على وجود عمليتين متعلقتين بالمفهوم هما: تكوين المفهوم واكتساب المفهوم، فالأولى تحدث قبل الثانية وتكون أساساً لها، ففي تكوين المفهوم نساعد المتعلم على تكوين مفهوم جديد، وذلك بمساعدته على تصنيف عدد من الأمثلة الموجبة للمفهوم إلى فئات حسب قواعد معينة، ثم تسمية هذه الفئات بأسماء خاصة، هذه التسمية وما تدل عليه من تصور ذهني تكون اسم المفهوم الجديد في ذهن المتعلم، إما اكتساب المفهوم فتحدث بمساعدة المتعلم على جمع الأمثلة الدالة على المفهوم المستهدف أو تصنيفها بطريقة ممكنة من التوصل إليه.

وعرفه عابد وقواسمه بأنه "صورة مجردة للخواص المشتركة بين مجموعة من الأشياء والمواقف، ويمكن التعبير عنه باسم أو كلمة" (عابد وقواسمه، ١٩٨٩، ٨٤). وعرفه ميرل وتينسون بأنه "مجموعة من الأشياء أو الرموز أو الأحداث التي تم تجميعها معاً على أساس من الخصائص المشتركة" (Merrill& Tennyson, 1977, p.124).

ويمكن تعريف المفهوم الرياضي على اختلاف الباحثين فيه ، على انه ما يتكون لـــدى الفرد من معنى وفهم يرتبط بكلمة (مصطلح) او عبارة او خاصية عامة ، فمثلا كلمة متوازي الاضلاع، تعني شكل رباعي مستو فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ، والاقتران الذي يمكـــن كتابته بالصورة : ص= أس + ب حيث أ ≠ صفر هو اقتران خطي ، والمضلع المنتظم يكـــون متساوي الاضلاع ومتساوي الزوايا ، اما مفهوم التوازي مثلا فانه يدل علـــى خاصـــية عامـــة مجردة لان التوازي اكثر تجريدا من المستقيمات المتوازية .

٢- التعميمات والنظريات:

التعميمات الرياضية هي عبارات أو جمل إخبارية تحدد العلاقة بين مفهومين رياضيين أو أكثر وتعمم هذه العلاقات إما بالبرهنة أو الاستقراء أو التسليم بصحتها كمـــا فـــي البـــديهات والمسلمات، وهي تشمل: النظريات، القواعد والقوانين الرياضية، المسلمات (السواعي، ٢٠٠٤، ١٩٦). ويؤكد جلاسيير (Glassier, 1986, p.61) أن القدرة على التعميم كمهارة أو عمليـــة ذهنية ضرورية لحل المسألة الرياضية. ويعرف السلطاني البديهات على أنها "قضايا يقبلها العقل دون برهان وتمتاز وبالوضوح والعمومية" ويعرف المسلمات على أنها "قضايا نقبلها دون برهان ولكنها قابلة للبرهنة مستقبلاً وتمتاز بكونها أقل وضوحاً من البديهية وأقل عمومـــاً "ويـــرى أن مفهوم النظرية في الرياضيات يستخدم بمعنيين: أولهما "قضية نقبلها بعد برهان" والمعنى الثاني يشير إلى "مجموعة قضايا بعضها مقبول دون برهان والآخر يقبل ببرهان، ومن أمثلتها نظرية المجموعات "ويرى أن الاستخدام الأكثر صحة هو مبرهنة وليس نظرية خاصة في كتب ومناهج الرياضيات (السلطاني، ٢٠٠٢، ٣٩).

ويرى باين (Bain) المشار إليه في (السلطاني، ٢٠٠٢، ٣٨) أن الأغريق ميزوا بـــين البديهية والمسلمة على اعتبار أن الأولى عامة وتستخدم لكل الدراسات والعلـــوم وغيـــر قابلـــة للبرهان، أما الثانية فهي أقل وضوحاً وأنها تختص بعلم الهندسة دون غيره وأنها قابلة للبرهـــان

(أي أنها ستبرهن في يوم ما) وقد حاولت الرياضيات المعاصرة أن تزيل الفرق بين البديهية والمسلمة وتأخذ المضمون بنفس المعنى. ويميل البعض إلى اعتبار فرضيات الهندسة بديهيات وفرضيات الجبر مسلمات (سلامة، ٢٠٠٥).

٣- الخوارزميات والمهارات الرياضية:

تعرف الخوارزمية بأنها الأسلوب أو الطريقة المتبعة للقيام بعمل ما، وتتكون الخوارزمية من مجموعة من الخطوات الواجب اتباعها للوصول إلى الهدف، أما المهارة الرياضية فهي قدرة الشخص على القيام بالعمل بدقة وقد يتطلب هذا العمل اتباع خوارزمية معينة وقد لا يتطلب ذلك (السواعي، ٢٠٠٤). ويعرفها أبو يونس بأنها القدرة على الإنجاز بكفاية عالية للعمليات والخطوات المطلوبة، وأن يقوم بها المتعلمون بسرعة ودقة واتقان بأقل وقت ممكن (أبو يونس، ٢٠٠٠، ٣٠). وعرف أبو زينة الخوارزمية بأنها الطريقة الروتينية للقيام بعمل ما (أبو زينة، ١٩٩٤، ٢٤١).

٤- المسائل الرياضية:

تعد المسألة الرياضية من المكونات الرئيسية للمعرفة الرياضية، وهي موقف يواجه الفرد أو مجموعة من الأفراد ولا يوجد لديهم استراتيجية واضحة أو محددة لتغلبهم عليه أو حله وهذا الموقف يكون رياضي أو حياتي جديد يتعرض له الطالب ويتطلب حله استخدام المعلومات الرياضية السابقة، وفي الرياضيات يستخدم مصطلح **مسألة** بدلاً من **مشكلة** (خضر، ١٩٨٣؛ السلطاني، ٢٠٠٢؛ بدوي، ٢٠٠٣؛ عرسان، ٢٠٠٣؛ أبولوم، ١٩٩٢؛ سلامة، ٢٠٠٥). وعندما نسمع كلمة مشكلة في الرياضيات يتبادر إلى أذهاننا وجود مسألة تتطلب إجابة (بدوي، ٢٠٠٣).

إن المسألة الهندسية تشكل جانباً كبيراً وركناً هاماً من أركان المسألة الرياضية، فلابد والحالة هذه من الإشارة إلى تعدد التعريفات للمسألة الرياضية عامة والمسألة الهندسية خاصة.

من وجهة نظر المهتمين بتدريس الرياضيات، فمنهم من عرفها بأنهـــا "موقـــف جديـــد ومميز يواجه الفرد ولا يكون له حل جاهز لدى المتعلم في حينه" (أبو زينه، ١٩٩٤، ٢٧١).

ويعرف بدوى (٢٠٠٣) المسألة بأنها موقف يتطلب تفكيراً يتحدى الفرد ليصل إلى الحل وهذا التفكير يتوقف في مداه وعمقه على الفرد، وما يعد مسألة بالنسبة لتلميذ قد لا يعتبر كـــذلك بالنسبة لتلميذ آخر، وما يعد مسألة بالنسبة لتلميذ قد لا يكون مسألة له في يوم آخر.

والتعريف السابق يوضح علاقة الفرد الذي يحل مسألة بمسألته، حيث أن ما يدعى مسألة بالنسبة لفرد ما قد لا يكون كذلك بالنسبة لفرد آخر، أو حتى بالنسبة لنفس الفرد فـــي ظـــروف مختلفة، وبالتالي يمكننا تعريف المسألة بأنها المهمة الأكثر تعقيداً من التمرين (التـــدريب)، إذ لا يمكن حلها بالتطبيق المباشر باستخدام واحدة أو أكثر من الخوارزميات الجاهزة في ذهن المتعلم، بل يستدعي حلها مزيداً من التفكير والعمليات الذهنية المتعددة من قبل الشخص الـــذي يحلهـــا. فمثلاً يعتبر السؤال: "أوجد طول قطر غرفة الصف إذا علمت أبعادها". مسألة رياضـــية حيـــث يضطر الطالب إلى استخدام نظرية فيتاغورس ولكن مبرر استخدامها ليس جـــاهزاً وواضـــحاً أمامه فهو يحتاج إلى تفكير وتحليل ورسم شكل للمسألة ... الخ.

ويرى بل (١٩٨٦) أن وجود موقف يحتاج إلى المعالجة شرط لازم لوجود مسألة، وقد يكون هذا الموقف سؤالاً أو قضية جدلية، ولكن الحكم على الموقف بأنه يمثل أو لا يمثل مسألة يعتمد على فطرة الشخص المواجه بالموقف ويلخص بل خصائص المسألة في الآتي:

١- يجب أن يكون الطالب على وعي بموقف ما لكي يعتبره مسألة بالنسبة لـــه، أي وجـــود موقف محير.

٢- يجب أن يعترف الطالب بأن الموقف يتطلب فعلاً (يفوق طاقته).

٣- يشعر الطالب بأنه يحتاج إلى أو يرغب في القيام بعمل ما تجاه هذا الموقف.

٤- ينبغي ألاّ يكون حل الموقف واضحاً أو ممكناً بطريق مباشر بالنسبة للطالب الذي يعمل على إيجاد حل لهذا الموقف.

مشكلة الدراسة:

نبعت مشكلة الدراسة الحالية من خلال عدة محاور يمكن إجمالها في الآتي:

قيام الباحث بإجراء مقابلة مع بعض معلمي الرياضيات وعددهم (٨) يدرسون طلاب الصف العاشر بمدارس تابعة لمديرية التربية والتعليم لمنطقة عمان الأولى وطرح عليهم السؤال الآتي: هل يجد الطلاب صعوبة عند دراسة وحدتي الدائرة والمثلثات؟ وكانت الإجابات متشابهة إلى حد كبير من حيث وجود العديد من الصعوبات التعليمية التي تواجه الطلبة عند دراسة هاتين الوحدتين مثل: عدم القدرة على تطبيق النظريات التي تدرس لهم في حل مسائل هندسية حياتية، الصعوبة في كتابة البرهان لدى معظم الطلبة وعدم قدرتهم على الانتقال من المعطيات إلى المطلوب بتسلسل منطقي، إن البراهين التي يبديها الطلاب تسفر في إجابتهم عن الإهمال التام لعملية التفكير، عدم القدرة على التخيل... الخ.

لاحظ الباحث من خلال تدريس الرياضيات خلال خمس وعشرون سنة مضت أن الطلبة لديهم مشكلة في فهم مضمون العبارة الشرطية(إذا كان ف فإن ن) وأن طلبة المرحلة الأساسية العليا يهتمون بدراسة الجبر والحساب، ويحصلون على درجات أعلى فيهما، في حين تنخفض درجاتهم في الجزء الخاص بالهندسة في الامتحانات. كذلك فان عدداً من الطلبة يحبون الرياضيات في الصفوف الاساسية الدنيا ،ولكن هذا الاستمتاع يقل كلما اقتربنا من الصفوف الثانوية ، وربما يعود ذلك الى طرق التدريس اذ يتفاوت المعلمون في توظيف استراتيجيات حل المسألة التي تعمل على تطوير تفكير الطلبة وتدعمه .

وتتفق وجهة النظر السابقة مع نتائج البحوث والدراسات التي أجريت على الرياضيات بوجه عام والهندسة بوجه خاص. فقد أشار عبد الدايم (١٩٩٩) إلى أن تدريس الهندسة في المرحلة الأساسية العليا يواجه صعوبات متعددة، ولا يحقق الأهداف التربوية المنشودة بالإضافة إلى عدم الاهتمام بالتفكير الرياضي، وترجع هذه الصعوبات إلى عدة أسباب منها: جفاف مادة الهندسة وعدم ارتباطها بحاجات الطلبة وميولهم، بالإضافة إلى طريقة التدريس المعتادة.

وقد وجد أبو زينة (١٩٨٦) أن معظم معلمي الرياضيات في المرحلة الإعدادية في الأردن يدرسون المسائل الهندسية من الكتاب المقرر. ولا يتأكدون من فهم واستيعاب الطلبة للمسألة بإعادة قراءتها مثلاً، أو بصياغتها بلغتهم الخاصة، كما لا يتم تقويم فهم الطلبة واستيعابهم لخطوات البرهان أو التحقق من صحة الحل بالقياس مثلاً أو الحل بطريقة أخرى، والمعلمون لا يدرسون حل المسألة الهندسية كهدف لاكساب الطلاب القدرة على حل المسألة بشكل عام، ويختار المعلمون مسائل الكتاب لتدريسها بنفس أسلوب الكتاب وتأتي الخطوة الأولى في حل المسألة أي فهم المسألة، سريعة وغير منتجة.

وهذا يؤكد على أن عدم قدرة الطلبة على حل المسائل الهندسية قد يرجع في العامل الأول إلى استراتيجية التدريس المستخدمة، وهناك حاجة ماسة إلى تنمية قدرة الطلبة على حل المسائل الهندسية وتنمية قدرتهم على التفكير الرياضي الذي يعد أحد ركائز العمليات الأساسية التي يقوم عليها تعليم الرياضيات، وقد شكل تنمية التفكير الرياضي هدفاً هاماً من أهداف تدريس الرياضيات في مختلف دول العالم ومن أهم التوجهات الحديثة لمناهج الرياضيات، فقد أكد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) National Council of Teachers of Mathematics أهمية وضع معايير لمناهج الرياضيات لتحسين قدرة الطلبة على التبرير والتفكير الرياضي وتزويدهم بقاعدة مفيدة من المعرفة والمهارات الرياضية (NCTM, 2000).

وهذا يبين بجلاء أن للتفكير الرياضي منزلة رفعية وأهمية خاصة سواء على الصعيد المحلي أو على الصعيد العالمي، وقد تعاظمت هذه المنزلة مع النتائج المرعبة التي أظهرتها الكثير من الدراسات، والتي أكدت عدم مقدرة الطلبة على الإجابة على أسئلة التفكير العليا في الاختبارات، وأن مشكلة التحصيل المتدني في الرياضيات بشكل عام ما زالت قائمة.

وقد اتضح من خلال نتائج الدراسة الدولية TIMSS (Third International Mathematics Science Study) التي اشترك فيها الأردن في العام الدراسي ١٩٩٤/١٩٩٥ من بين (٤٠) دولة: أن مستوى أداء الطلبة الأردنيين متدن في الرياضيات، وجاء ترتيب الأردن في المركز (٣٨)، ولما أعيد تطبيق الدراسة في العام الدراسي ١٩٩٨/١٩٩٩ على طلبة الصف الثامن الاساسي في مبحثي الرياضيات والعلوم وشارك فيها (٣٨) دولة جاء ترتيب الأردن في المركز (٣٤) (المساد و شطناوي و غرايبة، ٢٠٠٢).

وبالنسبة لطلبة الصف العاشر الأساسي أظهرت نتائج الاختبار الوطني لضبط نوعية التعلم الذي أجرته وزارة التربية والتعليم في العام الدراسي ٢٠٠٣/٢٠٠٤ لقياس مدى امتلاك طلبتها للمهارات الأساسية التراكيمة في الرياضيات، انخفاضاً واضحاً في مستوى الأداء العام، حيث بلغ المتوسط العام للأداء في الاختبار (٤١%) (وزارة التربية والتعليم، ٢٠٠٤).

وفي الأردن أكد قانون التربية والتعليم رقم (٣) لسنة (١٩٩٤) على تنمية القدرة على حل المسألة الرياضية والتفكير الرياضي (المادة ٤، فقرة (و)).

وقد جاء الخط العريض الثالث (الأهداف) وذلك في مجال تحسين أساليب التفكير وحل المسألة على ما يلي (وزارة التربية والتعليم، ١٩٩٠).

١. تعلم خطوات حل المسائل الرياضية واستخدامها.

٢. تطبيق خطوات حل المسألة الرياضية في حل المشكلات الحياتية.

٣. التحقق من صحة الحل ومعقولية النتائج.

ورغم تلك التوجهات إلا أن الشيخ (٢٠٠١) يـرى أن الخطـوط العريضـة لمنـاهج الرياضيات للمرحلتين الأساسية والثانوية لم تبين بشيء من الشرح والتمثيل الكافيين الكيفية التي يمكن أن تعمم بها مناهج مباحث الرياضيات لتراعي تنمية مهارات التفكير المختلفـة، كمـا أن المنهج التقليدي التي غلب على كتب الرياضيات حد من قدرتها على إكساب الطلاب فهماً جيـداً للتعليمات المعروضة وتنمية المهارات التفكيرية العليا، وهذا يعني أن المنهاج علـى المسـتوى المكتوب (الكتب المدرسية) وعلى المستوى الرسمي (وثيقة الخطوط العريضة) لم يول الاهتمام الكافي لتنمية مهارات التفكير عند الطلبة، وفي ظل هذا الوصف للمناهج والكتـب المدرسـية، وكذلك في ظل تدني مستويات تحصيل الطلبة في الأردن في مادة الرياضيات، والتي أشـارت إليها الاختبارات الدولية والاختبارات المحلية فما زالت مشكلة التحصيل المتدني في الرياضيات عامة وحل المسألة خاصة موجوده بشكل ملحوظ رغم كل المحاولات والجهـود التـي بـذلت لتحسين مستوى تحصيل الطلبة في الرياضيات.

وجاء اهتمام وزارة التربية والتعليم في الأردن بنتائج الدراسات الدولية والمحلية واضحاً في خطة التطوير التربوي نحو الاقتصاد المعرفـي (ERFKE) (Education Reform for Knowledge Economy). التي بدأت عام ٢٠٠٢ حيث تبنت هذه الخطة خمس استراتيجيات تدريسية كانت حل المشكلات واحدة منها (الخطيب، ٢٠٠٦).

يتضح مما سبق تدني مستويات طلبة المرحلة الأساسية العليا في الأردن في الهندسة في جوانب التعلم المعرفية (مفاهيم، تعميمات، المهارات وحل المسألة)، كما أن هناك اتفاقـاً يكـون عاماً بين الجميع على أهمية التفكير بصفة عامة والتفكير الرياضي بصفة خاصة لـدى هـؤلاء الطلبة، ولكي تتجاوب الرياضيات وتربوياتها مع معطيات التطور المتوقعة في القرن الحـادي

والعشرين، وانسجاماً مع رؤية وزارة التربية والتعليم المتعلقة بمنهاج الرياضيات للصف العاشر ضمن نتاجات التطوير نحو الاقتصاد المعرفي، وتحقيقاً لمبدأ الرياضيات للجميع الذي يتطلب تضمين المحتوى الرياضي بعض الأنشطة القائمة على حل المشكلات الرياضية غير الروتينية التي تخصص للطلبة ذوي التحصيل العالي لما لها من تأثيرات إيجابية كثيرة على نواتج التعلم المرغوب فيها والتي قد تفشل الطريقة المعتادة في التدريس في تحقيقها في أغلب الأحيان، لا بد من إعداد الطالب للعيش في مجتمع سريع التغير، وهذا يتطلب منا أن نساعده على التكيف مع هذا المجتمع من خلال إتاحة الفرصة أمامه وتدريبه على حل المشاكل التي تواجهه بنفسه، ويمكن تحقيق ذلك إذا احترمنا تفكيره وكشفنا عن طاقاته الكامنة، من خلال توجيهها إلى الطريق التي تجعل هذا الطالب يصبح حلالاً للمشاكل، ومتكيفاً مع بيئته التي تعيش فيها، إن طبيعة هذا العصر تحتاج بشدة إلى مفكرين غير تقليديين، بل مفكرين يتميزون بمهارات عليا تتلاءم مع هذا العصر. لذلك ازداد الاهتمام في الآونة الأخيرة باستراتيجيات حل المسألة فأجريت دراسات عديدة أكدت نتائج معظمها أن قدرة الطلبة في حل المسألة تزداد كلما تعلموا استراتيجيات حلها وتزداد أكثر كلما تنوعت وتعددت هذه الاستراتيجيات (Wheatly, 1980; Scandura, 1978; Lampert, 1991).

لهذا كله فقد تنامى الإحساس لدى الباحث نحو إمكانية تصميم برنامج شامل ومتكامل لتدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة الهندسية للصف العاشر كون المسألة الهندسية تشكل جانباً كبيراً وركناً هاماً من أركان المسألة الرياضية. فلا بد والحالة هذه أن يتجه جهد الباحث إلى التعرف والكشف على أثر هذا البرنامج في تنمية قدرة الطلبة على حل المسائل الهندسية وكذلك التعرف على أثر هذا البرنامج في تنمية قدرة الطلبة على التفكير، وكذلك

التعرف على أثر هذا البرنامج على التحصيل في الرياضيات، في وحدات دراسية تمثل الموضوعات الهندسية في منهاج الصف العاشر.

هدف الدراسة وأهميتها:

يتوقع أن تسهم هذه الدراسة في تحقيق الأهداف التالية:

- تصميم برنامج تدريبي شامل لتدريب طلبة الصف العاشر الأساسي على استراتيجيات حل المسألة الهندسية، لمساعدتهم على تحسين مستوى تحصيلهم في الرياضيات ومساعدتهم على تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وتنمية القدرة على التفكير الرياضي.
- دراسة أثر البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسائل الهندسية لدى طلبة الصف العاشر الأساسي.
- دراسة أثر البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على التفكير الرياضي لدى طلبة الصف العاشر.
- دراسة أثر البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية على التحصيل في الرياضيات في وحدات دراسية تمثل الهندسة للصف العاشر الاساسي.

تستمد هذه الدراسة أهميتها من أهمية الخبرة في حل المسألة، التي تكمن في اكتساب استراتيجيات عامة في حل المسألة (Sweller, 1990). وإن موضوع حل المسألة أصبح هدف العديد من البحوث والدراسات التربوية والنفسية بصفة عامة وبحوث الرياضيات بصفة خاصة. وتتجلى أهمية حل المسألة في أنها تقوم بسد الفجوة بين الرياضيات كعلم يتم تدريسه للطلبة بشكل تجريدي بحت وبصورة جافة أحياناً داخل جدران غرفة الصف ومشاكل الحياة اليومية التي تواجه هؤلاء الطلبة وتمثل تحدياً بالنسبة للكثيرين منهم (أحمد، ١٩٨٥).

كما يعد تعلم حل المسألة أكثر أنواع التعلم أهمية ويعد اكتساب المهارة في حل المسألة من أهم أهداف تدريس الرياضيات (خليفة، ١٩٩؛ شوق، ١٩٩٧؛ عرسان ٢٠٠٣؛ الهمشري، ٢٠٠٥) . وإن حل المسألة هو عنصر هام وجوهري لأي نشاط رياضي (Brown & Walter, 1983).

ويشير أبو لوم (٢٠٠٥) إلى أهمية تدريس المسألة الهندسية بتوظيفها في الحياة اليومية وبطريقة بوليا لحل المسائل الهندسية ويرى بأنه أمراً ضرورياً.

ولما كان مبحث الرياضيات من أكثر المباحث ارتباطاً بالحياة العامة فقد ورد في مقدمة كتاب الرياضيات للصف العاشر: "إن هذا الكتاب جاء ترجمة لمنهاج الرياضيات للصف العاشر وقد راعت المادة التعليمية حاجات المتعلمين القائمة على التفاعل مع الحياة اليومية والاستعداد للمراحل اللاحقة الأكاديمية منها والمهنية" (وزارة التربية والتعليم، ٢٠٠٥).

وهذا يؤكد أنه إذا كانت الحاجة إلى مثل هذه الدراسة قائمة فإنها في مرحلة التعليم الأساسي تبدو أكثر قوة وتزداد إلحاحاً في مرحلة التعليم الأساسي المتأخرة (الصف العاشر) ،وذلك لموقعها في مرحلة تعليمية متوسطة يسهل الانطلاق منها إلى المراحل الثانوية، وعليه فإن أي ضعف في القدرة على حل المسائل الهندسية دون أن يعالج في حينه يكون من العسير معالجته في السنوات الثانوية التالية، فحالات الضعف المتعلقة بمهارات التبرير والتفكير وحل المسألة الهندسية التي تبدأ في التراكم يصعب علاجها إذا لم يتم الكشف عنها ومعالجتها في الوقت المناسب، لأن هذه المهارات ستصل ذروتها في العمل مع البراهين في المرحلة الثانوية.

وتنبع أهمية هذه الدراسة من كونها إحدى الدراسات التي تتصدى لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية وإجراءات تنفيذها في غرفة الصف ، بحيث يستفيد منها المعلمون وتكون حافرا لهم لاستخدامها في تدريسهم الى جانب طرائق التدريس الاخرى ، ان معرفة الطلبة لهذه الاستراتيجيات تنمي التفكير لديهم ، وتؤثر ايجابا في تحصيلهم وتطور قدراتهم الرياضية .

أسئلة الدراسة:

في ضوء مشكلة الدراسة اجابت الدراسة عن الأسئلة التالية:

١) ما أثر البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية لدى طلبة الصف العاشر؟.

٢) ما أثر البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على التفكير الرياضي لدى طلبة الصف العاشر؟

٣) ما أثر البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية على التحصيل في الرياضيات لدى طلبة الصف العاشر؟

فرضيات الدراسة:

تحقيقاً لهدف الدراسة سيتم اختبار صحة الفرضيات الصفرية التالية:-

١- لا توجد فروق جوهرية (α=٠.٠٥) في القدرة على حل المسألة الهندسية بين طلبة الصف العاشر الأساسي الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الأساسي الذي لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

٢- لا توجد فروق جوهرية (α =٠.٠٥) في القدرة على التفكير الرياضي بين طلبة الصف العاشر الأساسي الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

٣- لا توجد فروق جوهرية (α=٠.٠٥) في التحصيل في الرياضيات بين طلبة الصف العاشرالذين خضعوا للبرنامج التدريبي وتحصيل طلبة الصف العاشر الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

التعريفات الإجرائية:

البرنامج التدريبي:

- سلسلة من العمليات والتي تشكل في مجموعها عملية تدريبية لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية، تدور المواقف التعليمية للبرنامج حول تدريب طلبة الصف العاشر على (٩) استراتيجيات لحل المسألة الهندسية، واستخدامها الاستخدام الأمثل وتطبيقها بشكل صحيح ومناسب، من خلال توضيح كل استراتيجية ثم عرض مسألتين محلولتين وإعطاء مسألتين كتدريب على كل استراتيجية من هذه الاستراتيجيات التسعة ليحلها الطلبة، علماً بأن هذه المسائل تمثل مسائل هندسية عامة لا ترتبط بالمحتوى الرياضي المتعلق بمنهاج الرياضيات للصف العاشر الأساسي ولكنها ذات صبغة رياضية، وهي مسائل غير نمطية وغير روتينية وذلك بهدف تدريب طلبة المجموعة التجريبية على حل مثل هذا النوع من المسائل، التي تشكل كلاً منها موقف مربك ومحير لم يسبق للطالب مواجهته من قبل، وذلك باستخدام أساليب حل غير نمطية مستخدمين استراتيجيات البرنامج المقترح الذي سيوجه مسار تفكيرهم ونشاطهم عند محاولتهم حل المسألة الهندسية.

المسألة الهندسية: هي موقف جديد، مميز ومربك في مبحث الهندسة يتضمن هدفا تعجز الطرق المألوفة عن بلوغه ويتحدى الطالب ويثير اهتمامه ويدفعه للبحث عن طرق جديدة لتحقيق الهدف.

وتشتمل هذه الدراسة على نوعين من المسائل الهندسية:

١- **مسائل هندسية عامة:** وهي مسائل عملية من واقع الحياة لا ترتبط بمحتوى هندسي محدد مما يدرس ضمن منهاج الرياضيات للصف العاشر وهي ذات صبغة هندسية عامة.

٢- **مسائل هندسية:** وهي مسائل من وحدتي الدائرة والمثلثات من كتاب الرياضيات للصف العاشر في الأردن والمقرر تدريسه بدءاً من العام الدراسي ٢٠٠٥/٢٠٠٦ وهاتين الوحدتين من أكثر وحدات الكتاب زخماً بالمفاهيم الهندسية والتعميمات والخوارزميات والمسائل.

وهناك نوعان من المسائل الهندسية الواردة في كتاب الصف العاشر الأساسي:

١- **مسائل الإيجاد:** وهي متعلقة بإيجاد المجهول.

٢- **مسائل الإثبات:** وهي التي تتكون من المفروض والمطلوب ومتعلقة بالبرهان وهي من العناصر الرئيسية للمسألة الهندسية.

حل المسألة الهندسية:

ابتكار طريقة لتوظيف المعارف الرياضية التي تعلمهاالطالب سابقا للتغلب على الحاجز الذي يحول دون نجاح الطرق المألوفة في بلوغ الهدف .

استراتيجية حل المسألة الهندسية:

هي الأسلوب أو الطريقة التي يحاول الطالب الاستعانة بها أو استخدامها لتسهيل الوصول إلى الحل واستراتيجيات حل المسألة الهندسية المستخدمة في هذه الدراسة هي: استراتيجية البحث في نمط، استراتيجية رسم شكل، استراتيجية حل مسألة أسهل، استراتيجية استخدام متغير، استراتيجية التبرير المنطقي، استراتيجية القائمة المنظمة، استراتيجية البرهان المباشر، استراتيجية البرهان غير المباشر،واستراتيجية المثال المضاد.

ويتم استخدام هذه الاستراتيجيات ضمن الاستراتيجية العامة لحل المسألة الرياضية التي اقترحها (بوليا)، حيث تعتبر هذه الاستراتيجية بمثابة الاستراتيجية الأم لمعظم الاستراتيجيات التي شاعت في حل المسألة الهندسية وقد جاءت خطواتها على النحو التالي:

١- فهم المسألة ٢- ابتكار خطة الحل ٣- تنفيذ الحل ٤- مراجعة الحل.

القدرة على حل المسألة الهندسية:

وهي مستوى المقدرة الضرورية لإيجاد حل للمسألة الهندسية، والمتمثل في عملية قبول الطالب للتصدي للمسألة والوصول إلى الحل، وتقاس القدرة على حل المسألة الهندسية في هذه الدراسة بالعلامة التي يحصل عليها الطالب في اختبار أعد خصيصاً لهذا الغرض، ويتكون من مسائل هندسية قريبة أو مرتبطة بمسائل تم التدريب عليها، وقد تنوعت المسائل من حيث درجة صعوبتها وارتباطها بالمسائل التي تم التدريب عليها، ولم يحتوي الاختبار على مسائل مطابقة للمسائل التي تم التدريب عليها لأن ذلك يحول المسائل إلى تمارين ويتناقض بذلك مع موضوع هذه الدراسة.

التفكير الرياضي: هو مجموعة من مهارات التفكير المختلفة والنشاطات العقلية التي يستخدمها أو يستدعيها الطالب عند مواجهته لمحتوى رياضي وتنطلق هذه المهارات مما عند الطالب من معرفة وعمليات عقلية واعتقادات واتجاهات، وهذه المهارات تكتسب بشكل تراكمي من خلال دراسة الطالب لمادة الرياضيات ويمكن إجمال مكونات هذا التفكير بمعايير العمليات الواردة في وثيقة المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) ويحدد بالمظاهر التالية: الاستقراء، التعميم، التعبير بالرموز، الاستنتاج، التخمين، النمذجة، التفكير المنطقي البرهان وهي كما يلي:

١. **الاستقراء:** وهو الوصول إلى الأحكام العامة أو النتائج اعتماداً على حالات خاصة أو جزئيات من الحالة العامة.

٢. **التعميم:** صياغة ملاحظة أو منطوقة عامة عن طريق الاستقراء.

٣. **التعبير بالرموز:** وهو التفكير من خلال الرموز والمجردات وليس من خلال البيانات المحسوسة.

٤. **الاستنتاج:** وهو الوصول إلى نتيجة خاصة اعتماداً على مبدأ عام أو مفروض.

٥. **التخمين:** هو الحزر الواعي.

٦. **النمذجة:** ويعني التمثيل الرياضي للعناصر والعلاقات في نسخة مثالثة من ظاهرة معقدة.

٧. **التفكير المنطقي:** هو قدرة عقلية تمكن الفرد من الانتقال المقصود من المعلوم إلى غير المعلوم مسترشداً بقواعد ومبادئ موضوعية.

٨. **البرهان الرياضي:** هو الدليل أو الحجة لبيان أن صحة عبارة تتبع من صحة عبارات سابقة لها.

إن قدرة الطلبة على حل المسألة الهندسية وبالتالي تنمية قدرتهم على التفكير الرياضي لا تتطور بين يوم وليلة بل تتطور هذه القدرة عبر المراحل الدراسية كلها من الروضة وحتى الصف الثاني عشر، ولهذا فإن تطوير قدرة الطلبة على التبرير مثلاً يتطلب أن تتجه المناهج من الروضة وحتى الصف الثاني عشر نحو التبرير.

وتقاس قدرة الطلبة على التفكير الرياضي إجرائياً بالعلامة التي يحصل عليها الطالب في اختبار القدرة على التفكير الرياضي، الذي أعده الباحث لهذه الغاية، معتمداً على نموذج (الخطيب وأبو زينه،٢٠٠٤) الخاص بإعداد اختبار القدرة على التفكير الرياضي.

التحصيل الدراسي:

هو مقدار المعرفة الهندسية التي يمتلكها الطالب وهو ما اكتسبه طلبة الصف العاشر الأساسي من معلومات ومهارات ومبادئ وتعميمات وحل مسألة خلال دراستهم لوحدتي الدائرة

والمثلثات، ويقاس التحصيل إجرائياً في هذه الدراسة بالعلامة التي سيحصل عليها الطالب في مبحث الرياضيات في الاختبار التحصيلي في هاتين الوحدتين.

الصف العاشر: نهاية صفوف المرحلة الأساسية في نظام التعليم في الأردن والذي يتراوح عمر طلبة هذا الصف بين ١٤-١٦.

حدود الدراسة ومحدداتها:

يمكن تفسير وتعميم النتائج في ضوء المحددات التالية:

١- تبنى الباحث تسع استراتيجيات خاصة لحل المسألة الهندسية حيث تم إعداد البرنامج التدريبي في ضوء هذه الاستراتيجيات، وتم تنفيذه من قبل المعلمين بما يتناوله من محتوى رياضي ومسائل غير نمطية تم تدريب الطلبة على حلها، لذا فإن نتائج هذه الدراسة تعتمد على الدقة والنجاح في الإعداد والتنفيذ.

٢- اقتصر المحتوى التعليمي على وحدتي الدائرة والمثلثات في كتاب الرياضيات للصف العاشر (الطبعة الأولى، ٢٠٠٥). واقتصرت الدراسة على عينة من طلبة الصف العاشر الملتحقين في المدارس الحكومية التابعة لمديرية التربية والتعليم في منطقة عمان الأولى للعام الدراسي ٢٠٠٦-٢٠٠٧م، وقد تم اختيارها بطريقة قصدية من المدارس التي تحوي شعبتين للصف العاشر على الأقل، وذلك لاختيار شعبتين من هذه الشعب تكونان متكافئتين بحيث تكون إحدى هاتين الشعبتين مجموعة تجريبية والآخرى تكون مجموعة ضابطة.

٣- تم استخدام ثلاثة اختبارات قام بإعدادها هي: اختبارحل المسألة الهندسية ،واختبار التفكير الرياضي، والاختبار التحصيلي. لذا فإن نتائج هذه الدراسة مرتبطة بمدى صلاحية هذه الاختبارات وصدقها وثباتها. إذ لا يمكن اعتبارها اختبارات مقننة.

٤- طبقت الدراسة في الفصل الدراسي الأول للعام الدراسي ٢٠٠٦-٢٠٠٧م واستغرق تطبيقها فترة زمنية امتدت على (١٠) أسابيع وقد لا تكون كافية للتدريب المطلوب.

٥- اعتمد الباحث على التحصيل السابق كمتغير قبلي للحكم على تكافؤ طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة في المتغيرات الاخرى (القدرة على حل المسالة ،التفكير الرياضي) لذا فان النتائج مرتبطة بمدى الصدق الداخلي للدراسة .

الفصل الثاني

الادب التربوي والدراسات السابقة ذات الصلة

الفصل الثاني

الادب التربوي والدراسات السابقة ذات الصلة

أولاً : الأدب التربوي :

المسألة الهندسية، مفهومها، حلها، أهميها:

- **مفهوم المسألة الهندسية**

إن المسألة الهندسية تشكل جانباً كبيراً وركناً هاماً من أركان المسألة الرياضية، فلابد والحالة هذه من الإشارة إلى تعدد التعريفات للمسألة الرياضية عامة والمسألة الهندسية خاصة.

من وجهة نظر المهتمين بتدريس الرياضيات، فمنهم من عرفها بأنها "موقف جديد ومميز يواجه الفرد ولا يكون له حل جاهز لدى المتعلم في حينه" (أبو زينه، ١٩٩٤، ٢٧١).

ويعرف إبراهيم (٢٠٠٠، ٩٥٤) المسألة بأنها "موقف صعب يواجه الفرد فلا يجد في خبراته السابقة ما يساعده السيطرة على هذا الموقف، أو فهم جميع دقائقه وتفصيلاته، فيعيش الفرد في قلق وتوتر طالما لم يجد الحل الصحيح أو الدقيق لهذا الموقف".

ويعرف سكونفلد (Schoenfeld) المسألة بالنسبة لأثرها على المتعلم كمهمة يكون فيها المتعلم مهتماً ومنهمكاً ويرغب في الحصول على الحل ولا يوجد لديه وسائل رياضية جاهزة وفعالة لتحقيق الحل (Bottege, 2002).

وقد أورد تشارلز وليستر (Charles & Lester)، ثلاثة مكونات للمسألة:

١- الفرد يجابه الموقف ويرغب في إيجاد حل له.

٢- الفرد لا يوجد لديه إجراءات جاهزة وفعالة لإيجاد حل للموقف.

٣- الفرد يجب أن يعمل محاولات لإيجاد الحل (Steinman, Neal, 2002).

واعتبر جاكسون (Jackson, 1977) أن المسألة تؤلف موقفاً جديداً ومميــزاً لا يكــون لدى الفرد حل جاهز له في نفس الموقف والمسألة هي عملية عقلية ذات خطوات.

ويعرف السواعي (٢٠٠٤، ١٩٧) المسائل بأنها "مواقف جديدة يواجهها المتعلم ولــيس لديه طرقاً جاهزة لحلها، بل يتطلب حلها التفكير واستخدام المعارف والمهارات السابقة، فالمسائل هي ليست التدريبات أو التمرينات التي يستخدمها المعلم لزيادة مهارة التلميذ على إجراء حسابات معينة بل هي مواقف جديدة".

ويرى السلطاني (٢٠٠٢، ٢٤٠) أن تعريف المسألة "يكمن في اتجاهات النــاس نحــو المواقف التي قد تكون أو لا تكون مسألة بالنسبة لهم".

أما فان دي وال (Van De Walle, 1994, P.39) فيعرف المسألة فإنها "سؤال محير وصعب وهي أداة تساؤل ونقاش وتفكير وسؤال يختبر العقل".

وتعد المسألة موقفاً أو وضعاً مربكاً ومحيراً يشكل تحدياً للفرد ومقبولاً من قبله ولا يمكن حله وإزالته بالإجراءات الروتينية المعروفة لدى الفرد أو الجاهزة لديه.

(Cooney, Davis & Henderson, 1975 ; Travers, et al ,1977).

ويلاحظ من استعراض التعريفات السابقة أن المسألة الرياضية مــا زالــت مــن أهــم الموضوعات التي تشغل العاملين في مجال تدريس الرياضيات وتأخذ مكانــة القلــب بالنســبة للرياضيات فهي وسيلة الرياضيات وغايتها فهي لا تخرج في مضمونها عن كونها موقف جديد ومميز ومربك يواجه الطالب ويتحدى قدراته وليس لديه حل جاهز في حينه، ولا يوجــد لديــه استراتيجيات عقلية محددة وجاهزة تؤهله للتغلب على هذا الموقف، والطريق إلى الحــل ملــيء بالعقبات والأشواك وعليه أن يستدعي معلوماته السابقة ويربطها بعناصر الموقف الحالي بطريقة جديدة تمكنه من الوصول إلى الحل.

وحتى يتصف الموقف بالنسبة لفرد ما بأنه مسألة يجب أن يتوفر فيه:

١- **القبول (Acceptance)**

أن يقبل الفرد الموقف ويتفاعل معه ويسعى لتحقيقه.

٢- **الحاجز (Blockage)**

وجود مانع يمنع الفرد من تحقيق الهدف وبالتالي الحل.

٣- **الاستقصاء (Exploration)**: أن ينشط الفرد في البحث عن سبل واستراتيجيات جديدة للتصدي للموقف وحله (أبو زينه، ١٩٩٤).

وتتميز **المسألة الرياضية** عن **التمرين** من حيث إن التمرين يقدم في تعليم الرياضيات ليزود الطلبة بممارسة مهارات التعلم أو كتطبيقات لفهم ما تم تعلمه حديثاً، بينما تتطلب المسألة من الطلبة استخدام التركيب والتحليل، ولحل المسألة يجب أن يعتمد المتعلم سابقاً من معرفة للمفاهيم والمهارات (Travers, et al, 1977).

كما يشار إلى أن **التمرين والمسألة الروتينية والمواقف التي تشكل ألغازاً** تختلف عن **المسألة** وذلك لأن التمارين والمسائل الروتينية تستخدم في تدريس الرياضيات للتدريب على تعلم المهارات الحسابية أو الخوارزميات الرياضية أو كتطبيق على مفاهيم أو تعميمات تم تعلمها حديثاً، أما المسألة فتتطلب استعمال التركيب والتحليل والاستبصار واسترجاع المفاهيم والتعليمات والمهارات التي تم تعلمها سابقاً ثم وضعها بشكل جديد يناسب الموقف الذي يواجهه المتعلم، أما الألغاز فلا ينتج عنها تعلم جديد ومهمة الطالب فقط البحث عن حل اللغز (المغيرة، ١٩٨٩).

كما تختلف **المسألة** عن **التمرين** لأنه في المسألة يتركز انتباه الطلبة على استراتيجيات حل المسألة التي تُدعى مقترحات عامة مساعدة Heuristics مثل: الحل العكسي، رسم شكل،

والبحث عن نمط، أما التمرين فهو سؤال الطالب عن تذكر وتطبيق حقائق، قواعد، ومهـــارات وتكنيكات لحل مسائل مشابهة (Stiff, 1988).

ويفرق البعض بين **المسألة والتمرين** بقوله: إن الفرد يواجه مسألة عندما يجد فجوة بين ما هو عليه الآن وما يريد أن يكون عليه، ولا يعرف مباشرة طريقة لتخطي هذه الفجوة، أما إذا عرف الفرد ما سيعمله عندما يقرأ السؤال فيعد ذلـــك تمرينـــاً ولـــيس مســـألة (Bodner & Mcmillen, 1986).

وتتصف المسألة الجيّدة بأنها: تتضمن استيعاباً لمفهوم رياضي محدد أو استخداماً لمبـــدأ أو أكثر مما تعلّمه الطالب، ويمكن تعميم المسألة أو استراتيجية حلها إلى مواقـــف أخـــرى، وأن تسلم نفسها لعدة حلول (أبو زينة، ١٩٩٤).

وليست هناك معادلة أو صيغة صحيحة لحل المسألة فإذا كنت تعـــرف أن تنتقـــل مـــن الوضع (أ) إلى الوضع (ب) وأنت تريد الوضع (ب) فأنت ليس أمام مسألة هنا، ولكن التفكير في حل المسألة، هو كما تفكر بطريقة خلال المتاهة، فالمحاورة أثناء المتاهة تعمل طريقة في اتجاه الهدف خطوة بخطوة، تعمل بعض التحركات الخاطئة ولكن تدريجياً تتحرك وتدنو مـــن نقطـــة النهاية (Martinez, 2003).

كما تختلف **المسألة عن السؤال**، لأن السؤال هو مثير أو موقف يحتاج إلى استجابة من المتعلم، وهذه الاستجابة هي تذكر أو استذكار للمعلومات السابقة أو ما تعلمه الفرد سابقاً مثل:

- متى يكون الشكل الرباعي مستطيلاً، أذكر نص نظرية فيتاغورس؟، بينما المسألة هي موقف جديد يواجه المتعلم وليس له حل جاهز فيحتاج من المتعلم أن يفكر فيه ويحلله ومـــن ثـــم يستخدم ما تعلمه سابقاً ليتمكن من حله (أبو زينة، ١٩٩٤).

ويعد حل المسألة الرياضية نشاطاً رياضياً تعتمد عليه أنواع المعرفة الرياضية الأخرى(المفاهيم، التعميمات، المهارات) (Cooney, Davis, & Henderson, 1975).

ويركز البعض على أن حل المسألة وتعليمها له أهمية عظمى في تعليم و تعلم الرياضيات بشكل عام (عبد الهادي، وزملاؤه، ٢٠٠٢).

إن حل المسألة يعني الانهماك والانشغال في المهمة التي لا تعرف طريقة حلها مسبقاً، ولإيجاد الحل يجب أن يعتمد الطلبة على معرفتهم السابقة، وخلال هذه العملية ينمو فهمهم الرياضي الجديد (NCTM, 2000, p.52). كما يعني حل المسألة عملية التحرك نحو هدف عندما يكون المسار إلى هذا الهدف غير وغير واضح (Martinez, 2003). ويعني كذلك حل المسألة عملية قبول التحدي وإزالته والتخلص منه (Cooney, Davis, & Henderson, 1975).

ويمثل حل المسألة أيضاً إيجاد الاستجابات المناسبة لوضع جديد ومميّز بالنسبة للمتعلم (Johnson and Rising, 1972).

وتعرف حل المسألة بأنها عملية تطبيق للمعرفة المكتسبة في مواقف جديدة وغير مألوفة (NCTM, 1980). وهذا الوصف يمكن أن يكون مناسباً عند التمييز بين الإجابة التي يقدمها الطالب للمسألة والأساليب والخطوات التي يستخدمها للوصول لتلك الإجابة ويجب أن لا نغفل في هذا الوصف التأكيد على الطرق والاستراتيجيات والأساليب التنقيبية التي يستخدمها الطالب في حل المسألة. وهناك آراء مختلفة حول حل المسألة فقد تكون **عملية** و**مهارة** و**هدفاً**. أما بالنسبة لمعنى حل المسألة المنبثق من كونها **عملية** **Process** فهي مجموعة من العمليات الفردية المكتسبة التي يستدعيها الفرد في المسألة التي يواجهها، كما أنها عملية عقلية تتميز بالقدرة على إدراك العلاقات بين عناصر المسألة الداخلية، وذلك عن طريق التطبيق المنظم

لمعرفة الفرد وتفكيره لحل المسألة (بدوي، ٢٠٠٣). والمهم في هذا المعنى الإجراءات والاستراتيجيات التي يستخدمها الطالب في حل المسألة (الخطيب، ١٩٩٧).

وفي حل المسألة يستخدم الفرد معلوماته السابقة ومهاراته المكتسبة لتلبية موقف غير عادي يواجهه وعليه أن يعيد تنظيم ما تعلمه سابقاً ويطبقه على الموقف الجديد، كما أن مهارة حل المسألة تتطلب القدرة على التحليل والتركيب لعناصر الموقف الذي يواجهه الفرد (أبو زينة، ١٩٩٤).

أما حل المسألة **كمهارة أساسية As a Basic Skill** فإنها إحدى المهارات الأساسية في الرياضيات متى استطعنا تكوينها وتنميتها لدى المتعلم استطعنا أن نحقق هدفاً رئيسياً من أهداف تعلم الرياضيات، وبهذا الوصف يجب أن نأخذ في الاعتبار محتوى مسألة معينة، ونوعية المسألة، وطريقة الحل، والتركيز هنا يكون على الضروريات الخاصة بحل المسألة التي ينبغي أن يتعلمها كل التلاميذ. (بدوي، ٢٠٠٣).

ولقد عزز المجلس القومي الأمريكي لمشرفي الرياضيات تفسير حل المسألة كمهارة أساسية يجب التركيز عليها خلال لقائهم السنوي عام ١٩٧٦ وقد صنفوا المسألة كواحدة من مهارات أساسية عشرة (الخطيب، ١٩٩٦).

ووضعت وزارة التربية والتعليم الإطار العام والنتاجات الخاصة والعامة لمرحلتي التعليم الأساسي والثانوي لمبحث الرياضيات، ونصت هذه الوثيقة على وجوب التركيز على حل المسألة كمهارة، لأهميتها في تنمية قدرة الطالب على التفكير الرياضي الخلاق وتنمية قدرته على حل المسائل التي تحتاج إلى فهم أعمق لحياته المستقبلية أكثر مما احتاجه الآباء والأجداد (وزارة التربية والتعليم ٢٠٠٥).

إن هذا المعنى لحل المسألة كمهارة تجعل مدرس الرياضيات مطالباً بأن يوليه أهمية خاصة في تدريسه، وأن يعمل على اكتساب طلابه المهارة في ممارسته وذلك بإعطاء طلابه

الفرصة الكافية لتحليل المسألة والإلمام بالعلاقات المتضمنة فيها وفهمها وأن يشجعهم على فرض الفروض واختبارها بأنفسهم واختيار الصحيح منها، ثم التأكد من صحة الحل ومعقوليته.

أما حل المسألة **كهدف As a Goal** فيرى عدد كبير من التربويين والمختصين في الرياضيات أن حل المسألة الرياضية هو من أهم أهداف تدريس الرياضيات، ويكاد يكون الهدف الرئيس من تدريس الرياضيات (خليفة، ١٩٩٩؛ شوق ١٩٩٧).

ويشير بيجل Begle إلى أن المبرر الحقيقي لتدريس الرياضيات يكمن في كونها موضوع مفيد وأنها تساعد في حل أنواع كثيرة من المسائل، فالرياضيات أداة لتوليد قدرات حل المسألة (بدوي، ٢٠٠٣).

ولقد عزز المركز العربي للبحوث التربوية لدول الخليج تفسير حل المسألة كهدف خلال حلقة نقاشية لاقتراح صيغة موحدة لأهداف المواد الدراسية لمراحل التعليم العام لدول الخليج العربي سنة ١٩٩٢، ومما جاء في الجزء الثاني من التقرير الختامي لهذه الحلقة ما يخص مجال الرياضيات بأن أهداف تدريس الرياضيات تقوم على توجيه العملية التربوية في الرياضيات فهي تؤثر في طرق التدريس، وقد لخصت هذه الوثيقة أهم ما تهدف اليه الرياضيات اكتساب مهارات حل المسألة واكتساب أساليب التفكير الرياضي منها الاستقرائي القياسي، التأملي، والابتكاري (سلامة،٩٢).

ويتبين مما سبق إلى أنه عندما نأخذ في اعتبارنا حل المسألة كمهارة أساسية فإن هذا يساعد المعلم على تنظيم دقيق لتدريسه اليومي للمهارات والخوارزميات وحل المسألة، وعندما نأخذ في اعتبارنا حل المسألة كعملية فإن هذا يساعد المعلم في معرفة ما الذي يفعله بهذه المهارات والمفاهيم وكيفية ارتباطهما معاً، واعتبار حل المسألة كهدف يؤثر في كل ما يفعله المعلم أثناء تدريس الرياضيات.

وتتجلى أهمية حل المسألة الرياضية عامة والمسألة الهندسية خاصة في أنها تقوم بسد الفجوة بين الرياضيات كعلم يتم تدريسه للطلبة بشكل تجريدي بحت وبصورة جافة أحياناً داخل جدران غرفة الصف ومشاكل الحياة اليومية التي تواجه هؤلاء الطلبة وتمثل تحـــدياً للكثيـــرين منهم (أحمد، ١٩٨٥).

كما يعد حل المسألة أكثر أنواع التعلم أهمية عند تدريس الرياضيات وذلـــك للأســـباب الآتية:

١. يساعد الطلبة على تحسين قدراتهم التحليلية واستخدام هذه القدرات في مواقف مختلفة.
٢. يساعد حل المسألة في تعلم الحقائق والمهارات والمفاهيم والمبادئ الرياضية.
٣. بواسطة حل المسألة نتعلم كيف تنقل المفاهيم والمهارات إلى أوضاع جديدة.
٤. من خلال حل المسألة نكتشف معارف جديدة.
٥. حل المسألة وسيلة لإثارة الفضول الفكري وحب الاستطلاع وتحسين الدافعية (الســـلطاني، ٢٠٠٢).

وتستمد مهارة حل المسألة أهميتها من علاقتها بالتفكير (أبو زينة، ١٩٩٤). وفي هـــذا الصدد يذكر بوليا (Polya) في كتابه المشهور " البحث عن الحل " How To Solve It" يجب أولاً وقبل أي شيء أن نعلم الناشئة أن يفكروا، ومثل هذا التفكير ربما يتحقق بحل المســـألة، إن هذا الأسلوب نوع من الفن العملي مثل السباحة أو التزحلق أو العزف على البيانو، يمكنك تعلمه من خلال التقليد والتدريب (بوليا، ١٩٧٩).

وكذلك فإن حل المسألة هو الطريق الطبيعي لممارسة التفكير بوجه عام، فلـــيس هنـــاك رياضيات بدون تفكير وليس هناك تفكير بدون مسائل (المغيرة، ١٩٨٩).

ولكي يتعلم الأطفال التفكير الناقد وحل المسألة فإنهم يجب أن يوضعوا في بيئة تشجعهم على الاكتشاف وحب الاستطلاع واختبار الفرضيات (التل وآخرون، ١٩٩٢).

أن تدريس المفاهيم والمهارات الرياضية يجعل الطالب يألف مادة الرياضيات، بينما تعطيه حل المسألة الفرصة التي تشعره بحلاوة الاكتشاف الرياضي (George, 1998). وهذا ما يؤكده لامبرت (Lampert) بأن حل المسألة يعزز فهم الطلبة للرياضيات ويخلق بيئة تعليمة تشجع الطلبة على مناقشة تفكيرهم بشأن البنى الرياضية والإجراءات ضمن حل المسألة، ويعمل على دفع أبحاث الطلبة في الجوانب المهمة والمجهولة في الرياضيات (Lampert, 1991).

إن تدريس المسألة الرياضية ضمن المجموعات الصغيرة (التعلم التعاوني) يجعل الطلبة الذين يحلون المسألة يستخدمون سلوكات وعمليات معرفية مشابهة لما لدى المهرة في حل المسألة الرياضية. (Artzand, et al, 1992)

ويؤكد باحثون مثل كوني في هذا المجال، إن حل المسألة الرياضية يزيد من مستوى قدراتهم التحليلية التي يحتاجون اليها في مواقف اتخاذ القرارات الحياتية، كما أن حل المسألة الرياضية يشكل قوام التفكير الرياضي وصلب تعلم الرياضيات، وقد دعا كوني المعلمين إلى أن يعملوا على تزويد الطلبة بما يلزمهم من معرفة عن كيفية حل المسألة الرياضية وبما يحتاجون اليه من مهارات، وأن يوفروا لطلبتهم جواً تعليمياً يتحداهم ويشجعهم على السؤال والمبادرة وتقديم الحلول، (بطشون، ١٩٨٩).

ولكي تدرس المسائل دراسة مجدية ينبغي أن تتضمن دروس الرياضيات كثيراً من المسائل التي تتوافر فيها شروط المسألة. والشائع عند المعلمين أن المسائل الرياضية هي مسائل كلامية تطبق فيها مبادئ وتعميمات رياضية أو عمليات حسابية، لقد ارتبطت المسائل الكلامية بحل المسائل أكثر من التمارين عند جميع المعلمين تقريباً وهذا أمر خاطئ، وقد يكون السبب في

ذلك أن المسائل الكلامية أقوى أثراً في تعليم حل المسائل من التمارين علاوة على أن الإفادة من التمارين في حل المسائل لم يكن سليماً وفعالاً (أبو زينة، ١٩٩٤).

ويمكن لحل المسألة أن يساعد المعلم في تحسين تدريسه وذلك بجعل طلابه قادرين على التكيف مع حل المسألة من خلال:

١. تشجيع الطلبة على إعادة صياغة المسالة بلغتهم الخاص.

٢. تشجيع الطلبة على التذكر واستحضار المفاهيم والخبرات السابقة.

٣. مساعدة الطلبة على رسم المسألة وتوضيحها بالأشكال وإنشاء نموذج لها.

٤. مساعدة الطلبة على تجريب أكثر من طريقة للوصول إلى الحل المنشود.

٥. مساعدة الطلبة من خلال الإشارة إلى إبراز العلاقات والنظريات التي ترتبط بها المسألة واختيار ما يناسب منها. (عبد وآخرون، ١٩٩٣).

مكانة الهندسة وموقعها في المناهج المدرسية:

نتيجة تطور الرياضيات وحاجة استخدامها، توزعت على مجالات وأنظمة وفروع منفصلة (مثل: الجبر، الهندسية، التفاضل والتكامل، التحليل، .....) إلاّ أن هذا التوزيع لم يتناسب مع النظام الرياضي، لأن قوة الرياضيات تكمن في وحدتها وتماسكها المنطقي والتي تظهر من خلال الترابط المتين بين جميع عناصر البنية الرياضية التي تشكل النظام الرياضي العام، الذي هو علم الرياضيات (أبو يونس، ٢٠٠١).

ويعتبر موضوع الهندسة من أبرز معايير عقد التسعينات ومطلع الألفية الثالثة لمناهج الرياضيات للمرحليتين الأساسية والثانوية، فالمعرفة الهندسية وإدراك علاقاتها أمران مرتبطان ببيئة الفرد وحياته اليومية، علاوة على ارتباطها الوثيق بمواضيع رياضياتية وعلمية أخرى (خصاونه، ١٩٩٤).

وهناك العديد من المبررات التي تجعل من موضوع الهندسة أحد أهم المحاور التي يجب أن يرتكز عليها منهاج الرياضيات لأي مرحلة دراسية، فالهندسية تساعد الأشخاص على امتلاك إحساس كامل بالعالم الذي يعيشون فيه، حيث تعتبر الأشكال الهندسية أجزاءاً رئيسة في عالمنا الطبيعي والصناعي، فكل ما في الطبيعة حولنا من مخلوقات، وكل ما يبتدعه الإنسان من آلات يحوي عناصر ذات أشكال وترتيبات هندسية، أضف إلى ذلك أن الهندسة تستخدم من قبل العديد من الأشخاص خلال ممارستهم لمهنهم، وفي حياتهم اليومية، فالمهندسون والفنانون وغيرهم يستخدمون الهندسة وتطبيقاتها المتنوعة، كما تلعب الهندسة دوراً بارزاً في دراسة مجالات رياضياتية أخرى، فمفاهيم الكسور مثلاً، ترتبط مع الهندسة من خلال تكوين أشكال جزء من كل، كذلك يمكن للنشاطات الهندسية أن تطور مهارات حل المسألة، حيث يعتبر التبرير المكاني شكلاً مهما من أشكال حل المسألة، وتعتبر النشاطات والتجارب الهندسية وسيلة مهمة لجعل الطلبة يحبون الرياضيات ويستمرون في دراستها (Van De Walle, 1994).

وليست الهندسة بمعزل عن الرياضيات فينظر اليها رياضياً على أنها طريقة في التفكير وإثارته، وهي معرفة منظمة تتسم بالتنظيم والتسلسل فتتكون أصلاً من التعابير غير المعرفة وتصل في النهاية إلى التعميمات والمهارات الرياضية الهندسية، وهي فن تتسم بالجمال والتناسق وتسلسل أفكارها والاستمتاع في عملها ومشاهدتها فرسومات أشكالها وعمل مجسماتها يُعد فناً راقياً متميزاً يُظهر بوضوح فن الفنان الرياضي في ذلك ، نشأ علم الهندسة في مصر القديمة لحاجة المصريين لمسح أراضيهم سنوياً بعد كل فيضان لنهر النيل، ثم انتقلت المعارف الهندسية من المصريين إلى اليونان الذين كان لهم الفضل في إيجاد ما يعرف بالطريقة الاستنتاجية في الرياضيات (أبو لوم، ٢٠٠٥).

ولا يمكن لأحد أن ينكر روعة الإنجاز العلمي الذي قام به إقليدس قبل ألفي عام وذلك عندما وضع البناء المنطقي للهندسية الإقليدية بكل مسلماتها، وتعريفاتها، ونظرياتها، وبراهينها ومازالت هذه الهندسة تدرس في المدارس والجامعات مع تغييرات بسيطة حتى الآن حيث قام العرب والهنود بتطوير علم الهندسة حيث استخدموا علم الجبر والمثلثات وقدموا الكثير من

الانجازات الهندسية ، وكل هذا التطور اثراه اقليدس الذي الف كتاباً شـــهيراً أســـماه المبـــادئ (Elements) الذي يُعد أساساً في تدريس الهندسة المدرسية وقد أورد اقليدس مسلماته الخمـــس في كتابه المذكور كما يلي:

١. يمكن رسم مستقيم واحد فقط يمر بأي نقطة.

٢. يمكن أن نمد أي قطعة مستقيمة بدون حدود من كلتى جهتيها.

٣. يمكن رسم دائرة مركزها ونصف قطرها معلومين.

٤. كل الزوايا القائمة متطابقة.

٥. إذا قطع مستقيم مستقيمين آخرين يقعان في مستو واحد، وكان مجموع قيـــاس الـــزاويتين الداخليتين في إحدى جهتي القاطع أصغر من قائمتين فإن المستقيمين يتقاطعان فـــي هـــذه الجهة التي توجد فيها الزاويتان (أبو لوم، ٢٠٠٥).

وفي هذا المجال برهن الرياضي العربي نصر الدين الطوسي " أن مجمـــوع قياســـات زوايا المثلث يساوي قائمتين" يكافئ مسلمة اقليدس الخامسة (ابو زينه، ١٩٩٤، ٣٣).

وفي النصف الأول من القرن السابع عشر حدث تطور في الهندسة الإقليدية عندما ابتكر (ديكارت وفيرمات) الهندسة التحليلية بمحاور متعامدة، حيث تم ربط الجبـــر بالهندســـة. وفـــي النصف الثاني من القرن الثامن عشر وجد الرياضي الألماني لامبرت (Lambert) أن هندســـة الكرة تعطـــي نموذجـــاً لهندســـة لا إقليديـــة. ثـــم جـــاء الرياضـــي الروســـي لوباتشفســـكي (Lobachevski)، والمجري بوليا (Bolya) بالهندسة الزائدية. وحقـــق ريمـــان (Remain) الهندسة الكروية، ثم تابعت الهندسة مسيرتها بدراسة زمر التحويلات على يد كلايـــن (Klein) (بل، ١٩٨٦؛ مكسيومس وآخرون، ١٩٨١).

وفي الآونة الأخيرة تطور الفكر الرياضي تطورات كبيرة، فلقد أصبح لـــدينا هندســـات غير إقليدية كل منها لها بنيتها الرياضية التي تختلف عن الأخرى، وأعيد النظر بمنهج الهندسة

لإيجاد شكل من أشكال تعليم الهندسة يوازن بين تقديم الفكرة بشكلها المجـرد، وبـين تقـديمها مقرونة بالبيئة المادية (شوق، ١٩٩٧).

ولهذا كله فإن الهندسة تشكل جزءاً مهماً من منهاج الرياضيات بل لعلها أهم أجزائه، إذ أنها أداة للفهم وهي التي تصف وتتفاعل مع المجـال الـذي نعـيش فيـه (Hanna, 1995, Charles, 1999). وهي خير أداة لتطوير الخيال الرياضي (ياسين، ١٩٨٤). كما أنها تـوفر فرصاً لتطوير الحس المكاني والذهني ومصدراً للقيم الجمالية والثقافية (Cherard, 1981).

والهندسة تحتل الجزء الأكبر من الرياضيات الواقعية (المحسوسة) ويسـتطيع الطالـب الإحساس بها على العكس من بعض المواضيع الرياضية الأخرى والتي تعد تجريدية بالكامـل وخاصة الجبرية فيها فليس من السهل على الطالب التعامل معها، لذا فمعظم المفاهيم الهندسـية مفاهيم فيزيائية يسهل التعامل معها وتعليمها بيسر وسهولة، وتعد من أكثر فـروع الرياضـيات استخداماً للاهداف النفس حركية، وهذا يعطيها قيمة علمية عملية محسوسة لا مجردة (أبو لـوم، ٢٠٠٥).

وتمثل الهندسة أحد أهم الموضوعات التي تضمنتها مناهج الرياضيات محلية وعالميـاً، فعلى الصعيد المحلي ولدى تفحص المحاور الأساسية لمبحث الرياضـيات نجـد أن المحتـوى الهندسي الرياضي يشكل ما نسبته حوالي (٤٠%) من محتوى المنـاهج الرياضـية للمرحلـة الأساسية (من الصف التاسع وحتى الصف العاشر الأساسي)، وهذه المحـاور تحتـوي علـى المعايير الأساسية التي يمكن أن يبنى عليها كتاب الرياضيات المدرسي وتشمل:

- الجبر (الأنماط).
- القياس.
- الهندسة والقدرة المكانية.

- الإحصاء والاحتمالات (وزارة التربية والتعليم، ٢٠٠٥).

وعلى الصعيد العالمي يعتبر المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضي رائداً في مجال تطوير المناهج الخاصة بمادة الرياضيات من خلال المعايير التي أصدرها في الأعوام ١٩٨١، ١٩٨٩، ٢٠٠٠، وانبثق عن هذا المجلس مجموعة من المعايير الواجب توفرها في مناهج الرياضيات المدرسية ولكافة المراحل الدراسية.

الهندسة ووثيقة المعايير الأمريكية (NCTM):

في عام ١٩٨٩ أصدر المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات وثيقة مهمة ورئيسية لتحسين جودة تعليم وتعلم الرياضيات وكانت بعنوان "معايير مناهج الرياضيات المدرسية وتقويمها، وهذه الوثيقة تحتوي على مجموعة من المعايير للحكم على مناهج الرياضيات لتقويم جودة المنهاج وإنجاز الطالب وهدفت هذه المعايير في الأساس إلى بناء القوة الرياضية عند الطلبة، والانتقال من النظرة التقليدية للرياضيات في كونها مجرد استظهار لما سيلقنه المعلم للطلبة، إلى ممارسة أنشطة يقوم بها الطالب وهذه الأنشطة تعتمد على حل المسألة كإطار عام، لعرض واكتشاف المحتوى الرياضي،وتمخض عن هذه الوثيقة أهدافاً خاصة لتعليم الهندسة في الصفوف الأربعة الأولى K-4.

١) الهندسة والحس المكاني Geometry and Spatial Sense

يجب أن يتحقق لدى الطالب في هذا المستوى ما يلي:

أ. يصف وينمذج ويرسم ويصنف الأشكال الهندسية.

ب. يكتشف ويتنبأ بنتائج تركيب وفصل وتغيير الأشكال الهندسية.

ج. ينمي الحس المكاني.

د. يدرك ويقدر قيمة الهندسة في الحياة اليومية.

٢) القياس Measurement

يجب أن يتحقق لدى الطالب في هذا المستوى ما يلي:

أ. يفهم خصائص الطول، السعة، الوزن، المساحة، الحجم، الزمن، الزاوية ودرجات الحرارة.

ب. ينمي عملية القياس والمفاهيم المرتبطة بوحدات القياس.

ج. يبني ويوظف التقديرات التقريبية في القياس.

د. يبني ويوظف القياس في الحياة اليومية.

أما الأهداف الخاصة في تعليم الهندسة في الصفوف من الخامس ولغاية الثامن (5-8) فهي:

١) الهندسة: Geometry

يجب أن تتحقق لدى الطالب في هذا المستوى ما يلي:

أ. يُعرف ويصف ويقارن ويصنف الأشكال الهندسية.

ب. يصور ويمثل الأشكال الهندسية بهدف تنمية الحس المكاني.

ج. يكتشف التحويلات في الأشكال الهندسية.

د. يمثل ويوظف الخواص والعلاقات الهندسية.

هـ. ينمي الثقة بقدرة الهندسة على وصف عالمنا المادي.

٢) القياس Measurement

يجب أن تتحقق لدى الطالب في هذا المستوى ما يلي:

أ. يوسع ويعمق فهمه لعملية القياس.

ب. يقدر ويكون ويوظف القياسات لوصف ومقارنة الظواهر.

ج. يختار الوحدات والأدوات المناسبة للقياس وفقاً لدرجة الإتقان المطلوبة.

د. يوسع فهمه لمفاهيم المحيط، المساحة، الحجم، قياس الزاوية، السعة، الوزن والكتلة.

هـ. ينمي مفاهيم تقدير القياس والاستنتاج والقياس غير المباشر.

و. ينمي القواعد والإجراءات لتحديد القياس المناسب لحل المسائل الهندسية.

إضافة إلى ما سبق فإن المعايير أضافت أهدافاً خاصة لتعليم الهندسة الإقليدية والتحليلية والمثلثات في الصفوف من التاسع ولغاية الثاني عشر (9-12).

فكانت:

١) الهندسة التركيبية (الإقليدية)

يجب أن يتعرف الطالب في هذا المستوى على ما يلي:

أ. المجسمات والفضاء الثلاثي.

ب. خصائص الأشكال الهندسية وتمثيلها للواقع الحياتي.

ج. التطابق والتشابه للأشكال الهندسية.

د. اكتشاف واستنتاج خصائص الأشكال الهندسية.

٢) الهندسية التحليلية:

يجب أن يتعرف الطالب في هذا المستوى على ما يلي:

أ. الربط بين الهندسة التحليلية والتركيبية.

ب. التحويلات الهندسية واستنتاج خصائص الأشكال الهندسية.

ج. التطابق والتشابه في التحويلات الهندسية.

د. المتجهات والتحويلات الهندسية (NCTM, 1989).

والناظر لهذه الأهداف المتضمنة في هذه الوثيقة فإنه يشعر بأن معايير الهندسة والقياس للرياضيات المدرسية تقترح خبرة طموحة وغنية للطلبة في كافة المراحل الدراسية، وذلك بإعدادهم لاستخدام الهندسة بشكل فعال خارج المدرسة في حياتهم، ووضع أساس صلب لدراستهم مبحث الهندسة في المرحلة الثانوية، ومن الضروري للطلبة أن يتعلموا الهندسة بشكل جوهري وجدي، وذلك بالتركيز على النهوض بمستوى الطالب هندسياً إلى مستويات عليا في التفكير والاستنتاج والتطبيق الحياتي للمفاهيم والقواعد والمهارات الهندسية.

ودأب المجلس الوطني القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات على المراجعة الحثيثة والمستمرة لهذه المعايير منذ نشأتها، حيث تم إصدار معايير ٢٠٠٠ تحت عنوان "مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية ٢٠٠٠" وقد اعتمدت هذه المعايير على معايير ١٩٨٩ وبنيت عليها، إن هذه المبادئ والمعايير تهدف إلى توفير الإرشاد للمعلمين والتربويين حول محتوى وطبيعة الرياضيات المدرسية، ولقد صيغت هذه المعايير بعد جهود مضنية دامت ثلاث سنوات، فقد تعاون في وضعها كافة المحترفين المعنيين بتعليم الرياضيات للوصول إلى أفضل ما يلائم عصر المعرفة والتقنية والمهارات. وقد صيغت هذه الوثيقة المعايير لأربع مجموعات صفية منفصلة وهي: ما قبل رياض الأطفال – الصف الثاني، الصفوف (3-5)، الصفوف (6-8)، الصفوف من (9-12).

وتمخص عن هذه الوثيقة ما يلي:-

- **مبادئ الرياضيات المدرسية:-** وتصف هذه المبادئ خصائص التعليم الرياضي ذا النوعية العالية المستوى، حيث تتناول معايير المحتوى الرياضي الإجراءات التي يمكن أن يتعلمها الطلبة وتشمل: مبدأ المساواة، مبدأ المنهاج، مبدأ التعليم، مبدأ التعلم، مبدأ التقويم ومبدأ التكنولوجيا.

- **معايير العمليات:-** فهي توضح وتلقي الضوء على طـرق اكتسـاب واسـتخدام المعرفـة الرياضية وتشمل: حل المسألة، التفكير المنطقي والبرهان، الترابط الرياضـي، الاتصـال والتمثيل الرياضي.
- **معايير المحتوى:-** يصف المحتوى الذي يمكن أن يتعلمه الطلبة، وتشمل: مجالات العـدد والعمليات، الجبر، الهندسة، القياس، تحليل البيانات والاحتمالات.

إن معايير المحتوى والعمليات تصف كياناً مرتبطاً بالمفـاهيم والمهـارات والمسـائل والتعميمات الرياضية، وهذه المعايير تحدد المفاهيم والمعرفة والمهارات التي ينبغي أن يحصل الطلبة عليها من ما قبل الحضانة حتى الصف الثاني عشر، فمعايير (MCTM) لم تضع منهاجاً مفصلاً لمواضيع الرياضيات المدرسية، بل حددت محاور لكل مرحلة دراسية يجب أن يحتويها. وترتبط معايير المحتوى الرياضي ومعايير العمليات بصورة وثيقة، فلا أحد يستطيع حل المسألة الهندسية بدون فهم واستخدام المحتوى الرياضي لبناء معرفة هندسية تتطلب التفكيـر، وتـزود الهندسة سياقاً لنمو التفكير الرياضي المنطقي والبرهان متضمناً الاستنتاجي والاستقرائي. إن هذه المعايير تشمل تشكيلة من المحتوى الهندسي التي تخلق للطلبة فهمهم للعلاقات في عالمنا المتعدد الأبعاد، وحل المسالة الهندسية ينبغي أن يأخذ مكاناً بين الموضوعات الهندسية، والنـاظر لهـذه الوثيقة يلاحظ أن معياري الهندسة والقياس تتشابه لجميع الصفوف في الاسم ولكنهـا مختلفـة حسب مستوى الصفوف في المفاهيم والعمليات والنتائج الرياضية المتوقعـة، كمـا أن أفكـار الهندسة والقياس يمكن أن تطور من خلال كافة المراحل الدراسية وعبر مجموعة واسعة مـن محتوى مادة الرياضيات.

وفي الأردن أورد الإطار العام لمبحث الرياضيات العديد من النتاجـات التعليميـة المحوريـة والعديد من النتاجات العامة والخاصة لتعليم الهندسة والقياس للمرحلة الأساسية والثانوية .

وقد وردت معايير المحتوى في هذه الوثيقة على المستوى المحلي متفقة مـــع معـــايير (NCTM) لعام ٢٠٠٠.

وقد حددت محاور أساسية يجب أن يحتويها منهاج الرياضيات في الاردن موزعة على ست مجموعات صفية منفصلة وهي:

- المرحلة الأساسية (١ – ٨).
- المرحلة الأساسية (٩ – ١٠).
- المرحلة الثانوية (الفرع العلمي) (١١).
- المرحلة الثانوية (الأدبي والشرعي والصحي والصناعي والفندقي) (١١).
- المرحلة الثانوية (الفرع العلمي) (١٢).
- المرحلة الثانوية (الأدبي والشرعي والصحي والصناعي والفندقي) (١٢).

(وزارة التربية والتعليم، ٢٠٠٥)

ولهذا يجب أن تلقى استراتيجيات حل المسألة الهندسية اهتماماً تدريسياً مثل أي مكـــون من مكونات الرياضيات، فيستطيع المعلمون في الصفوف الدنيا مساعدة الطلاب في التعبير عن استراتيجياتها وتصنيفها ومقارنتها، وفي الصفوف المتوسطة يجب أن يكون لدى الطلاب مهارة معرفة متى يكون ملائماً استخدام العديد من الاستراتيجيات، وأن يكونوا قادرين على تقرير متى وكيف تستخدم هذه الاستراتيجيات، وفي المرحلة الثانوية يجب أن يتوفر للطلاب العديـــد مـــن الاستراتيجيات وأن يكونوا قادرين على تحديد ما يستخدمون وتعديل وتطوير استراتيجيات جديدة للحل ويحتاج الطلبة إلى إستراتيجيات مختلفة عندما يحلون مسائل متنوعة ويجـــب أن يطلعـــوا على هذه الاستراتيجيات من خلال استخدامها في الغرفة الصفية عند الحاجة إليهـــا فـــي حـــل المسائل، حيث يشجع المعلم الطلبة على ملاحظتها كأن يقول للطالب الذي أنهى حـــل المســـألة

"يبدو أنك قمت بعمل قائمة منظمة لكي تجد الحل" "هل قام أحدكم بحل المسألة بطريقة أخـــرى؟" (NCTM, 2000).

ويعد إدخال حل المسألة في المنهاج الدراسي أحد الاتجاهات المعاصرة لتطوير منـــاهج الرياضيات في مراحل التعليم العام، تحقيقاً لمبدأ المساواة ومبدأ الرياضيات للجميع الذي يتطلب تضمين المحتوى الرياضي بعض الأنشطة الإثرائية التي تخصص للطلبة فوق المستوى العادي، إن الأنشطة الإثرائية القائمة على حل المسائل الرياضية غير الروتينية تحقق تأثيرات إيجابيـــة كثيرة على نواتج التعلم المرغوب فيها والتي قد تفشل الطريقة المعتادة في التدريس في تحقيقها في أغلب الأحيان لخلوها من حل المسائل الرياضية غير الروتينية التي تنقل المتعلم من حالـــة التلقي السلبي إلى حالة التفاعل الإيجابي أثناء الحصة الدراسية.

استراتيجيات حل المسألة الهندسية:

يعد نموذج بوليا لتعلم حل المسألة الأساس الذي اعتمدت عليه الكثيـــر مـــن المـــداخل والنماذج التي تناولت استراتيجيات حل المسألة وهو الإطار المرجعي لحل المسألة في العديد من كتب الرياضيات وقد شكل هذا النموذج إطاراً مرجعياً ووحيداً لعـــرض المســـألة فـــي كتـــب الرياضيات للمرحلة الأساسية في الأردن والبعض يسمي هذا النموذج بالاستراتيجية العامة لحل المسألة الرياضية ويصف هذا النموذج أربعة مراحل رئيسية لحل المسألة وهي:

١. فهم المسألة:

أورد أبو لوم (٢٠٠٥) مجموعة من الأسئلة ذات (التلميحات) التي اقترحها بوليا وتعمل على عرض المسألة بلغة مفهومة واضحة للطلاب تتلاءم ومستواهم، ثم التأكد من فهم الطالـــب للمسألة عن طريق إعادة صياغة المسألة بلغة الطالب الخاصة وهذه المرحلة تتضمن التحركات التالية:

- قراءة المسألة.
- ما هو المجهول (المطلوب).
- ما هي المعطيات.
- ما هو الشرط.
- هل من الممكن التحقق من الشرط.
- هل يمكن أن نرسم شكلاً تقريبياً للمسألة وندون عليه الملاحظات المناسبة.
- هل يمكن ترجمة المسألة من خلال إعطاء رموز على الشكل التقريبي.
- هل الشرط كاف لتحديد المجهول الذي نسعى إليه أم غير كاف أم هل هناك تناقض؟

٢- وضع خطة للحل:

ويتم في هذه الخطوة تحديد الاسراتيجيات التي يتم بها حل المسألة والتي ضمها بوليا في كتابه How To Solve it وأطلق عليها أنماط تفكيرية (تنقيبية) Heuristics وتعد تلك الاستراتيجيات مرشداً هاماً لتسهيل طرق اكتشاف الحل مثل: المحاولة والخطأ، رسم شكل، عمل قائمة، البحث عن قاعدة، العمل للخلف، حل مسألة مشابهة ابسط، التخمين الذكي والاختبار، كتابة معادلة من المشكلة الكلامية وغيرها (بدوي، ٢٠٠٣).

٣- تنفيذ الحل:

إن تنفيذ فكرة الحل من أسهل خطوات حل المسألة والمعلم هنا مطالب بخلق المناخ الذي يساعد على تركيز قدرات الطالب الإبداعية لحل المسألة، فالتأكد من فهم الطالب للمسألة لا يضمن إن كان الطالب سيحل المسألة وهذه المرحلة تتضمن التحركات التالية:

- نفذ خطتك التي توصلت إليها.
- تابع كل خطوة بتأمل ووعي تام.

- لاحظ التناقضات وقدم التغذية الراجعة المناسبة.
- تأكد من صحة كل خطوة وأثبت ذلك.
- هل الخطوات تسير وفق توقعك وخطتك.

إن الخوف في هذه المرحلة هو يأس الطالب أو عدم قدرته على الاستمرار في الحل، لكنه إذا أدرك الخطة إدراكاً صحيحاً واقتنع بالخطة وتفهمها فإنه سيصل إلى الحل (Barb, 2003).

٤- مراجعة الحل:

من المفيد أن يراجع الطالب حل المسألة بعد الانتهاء منه، لأنه يزيل حالة التوتر التي تعتريه أثناء محاولته للحل، ويتم التحقق من صحة الحل من خلال التعويض، أو باللجوء إلى طريقة أخرى في حل المسألة، أو من خلال السير بخطوات الحل عكسياً إلى غير ذلك (أبو زينه، ١٩٩٤، ٢٧٧).

ومن النماذج الشائعة في حل المسألة أيضاً نموذج دامس (Dahmus, 1970)، ونموذج فرانك لستر (Lester, 1981) ونموذج بارب وكوين (Barb and Quinn, 1997, 536). ونموذج بوست وبريمان (Post and Bremman, 1997) لحل المسألة الهندسية، حيث اشتق هذا النموذج من نموذج بوليا لحل المسألة وذلك بإعادة صياغة نموذج بوليا بما يناسب طبيعة المشكلات اللفظية الهندسية مع إعادة صياغة الأساليب التنقيبية التي أشار إليها بوليا من حيث اللغة والعدد ودرجة التركيب بما يناسب المسائل الهندسية في المرحلة الإعدادية ويتكون هذا النموذج من أربع مراحل هي:

١. إدراك وتوضيح وفهم المسألة.
٢. مواجهة المشكلة (تحليلها).

٣. مرحلة الإنتاج.

٤. التأكد من صحة الحل.

أما بالنسبة للاستراتيجيات الخاصة في مجال حل المسألة الرياضية (Heuristics) فقد شاعت في عدد كبير من المراجع والمصادر منها الاستراتيجيات الواردة في كل من

(Travers, et al, 1977), (Szetla, 1992), (Stiff, 1988), (Musser & Burger, 1988), (Charles, et al, 1998), (Kruilk & Rudnik, 1982), (NCTM, 2000), (Posamentier & Schulz, 1996) .

(عرسان، ٢٠٠٣)، (أبو زينه، ٢٠٠٣)، (بدوي، ٢٠٠٣).

وبعد الإطلاع ودراسة الاستراتيجيات الشائعة في المراجع والمصادر تم اختيار الاستراتيجيات الآتية لحل المسألة الهندسية والتي تم بناء البرنامج التدريبي عليها وهي:

١. البحث عن نمط.

٢. رسم شكل (صورة أو شكل هندسي أو عمل نموذج).

٣. تبسيط المسألة (حل مسألة أسهل).

٤. استخدام متغير.

٥. التبرير المنطقي.

٦. القائمة المنظمة أو تكوين جدول.

٧. البرهان المباشر.

٨. البرهان غير المباشر.

٩. إيجاد مثال لا ينطبق (المثال المضاد).

ويمكن توضيح كل استراتيجية كما يأتي:

١) البحث عن نمط:

عندما تستخدم هذه الاستراتيجية عادة ننظر إلى النموذج المعروض للبحث عن وجـــود نمط تسير عليه كافة الحالات، ويعد إكتشاف النمط بمثابة حل للمسألة أو مساعد في حلها، وعلى الطالب أن يبحث بدقة عن وجود نمط من خلال المعلومات المعطاة،بعد ذلك يتوصل الطالب إلى قاعدة يستخدمها في حل المسألة، إن البحث عن النمط من الاستراتيجيات المهمة في حل المسألة الهندسية، وكثيراً ما يحتاج الطالب عند استخدامها إلى تكوين جدول أو قائمة بالمعلومات لتسهيل عملية البحث عن النمط.

٢) رسم شكل أو صورة:

إن رسم الشكل أو الصورة أو المخطط يحول المسألة من المستوى المجرد إلى المستوى شبه الحسي، مما يسهل إدراكها وفهمها خاصة في المسائل الهندسية (Travers et al, 1977). وفي الغالب هناك مسائل ليس من الضروري أن ترسم لها صورة فعلية فنرسم شكلاً يمثل الفكرة الرئيسية ويفيد في حل المسألة، إن نمذجة المسألة هو مناسب للمسائل التي تشمل أشكالاً هندسية وتطبيقاتها الفيزيائية، وبرؤية التجسيد الفيزيائي للمسألة فإننا نكتسب تبصراً رياضياً عن المسألة وتتاح الفرصة للطالب لرؤية المتغيرات في المسألة وكذلك العلاقات بين هذه المتغيـــرات، كمـــا أنها تفيده في تنظيم المعلومات، وهذا بدوره قد يقود إلى اختيار استراتيجية أخرى لحل المسألة.

٣) تبسيط المسألة أو حل مسألة أسهل:

عادة تستخدم هذه الاستراتيجية مع استراتيجية أخرى، وتبسيط المسألة يكون باستخدام مسألة مألوفة أكثر قد تقود إلى استراتيجية مناسبة للحل، كذلك فقد يأخذ التبسيط شكلاً آخر كتقسيم المسألة ذات الخطوات المتعددة إلى مجموعة من المسائل تحل كل منها على حده.

٤) استخدام متغير:

في كثير من الأحيان يحتاج حل المسألة الهندسية إلى عملية استخدام المتغيرات (المجاهيل) والمعادلات للتعبير عن العلاقات الموجودة في المسألة لتسهيل الحل.

٥) التبرير المنطقي:

لحل المسألة باستخدام هذه الاستراتيجية يجب أن يستخدم الطالب قدرته على الاستدلال المنطقي في حل المسألة، ويجب معرفة الكيفية التي تم بها ربط الحقائق المعطاة في المسألة مع بعضها البعض وإيجاد العلاقات فيما بينها، ثم العمل بطريقة خطوة خطوه وكل منها مبررة بالخطوات السابقة (Charles et al, 1998).

ويشير (أبو زينه، ٢٠٠٣) إلى أن التبرير المنطقي يمكن استخدامه للمسائل الحياتية في محتوى غير رياضي ، أما في المسائل الرياضية فتستخدم التسلسل المنطقي لحلها.

٦- القائمة المنظمة أو تكوين جدول:

وتتضمن هذه الاستراتيجية تنظيم البيانات في قوائم أو جدولتها لتسهيل التأمل فيها والتفكير بخطة مناسبة للحل، ويجب الانتباه هنا إلى أن بعض الطلبة لا يفلحوا في تنظيم البيانات الواردة في المسألة بشكل ملائم، مما يستدعي مراقبة المعلم لعملهم عن كثب وإبداء المساعدة إذا لزم الأمر.

٧) البرهان المباشر:

تعتبر هذه الاستراتيجية من الاستراتيجيات المهمة التي تستخدم لبرهنة مسائل الإثبات الهندسية، والبرهان المباشر هو أكثر البراهين استخداماً وفيه نتعامل مع المطلوب نفسه وليس مع مطلوب مكافئ له، وفيه نحتاج إلى البرهان على صدق عبارة شرطية (ف ← ن) وفي هذه الحالة نفرض صحة (ف) ثم نثبت صحة (ن). أي أننا ننتقل من المطلوب إلى البرهان مباشرة بأسلوب منطقي، ويجب أن تكون العبارات المستخدمة في الإثبات مقبولة صحتها، مع تبرير وتفسير وتعليل كل خطوة من خطوات حل المسألة (إبراهيم، ١٩٨٥).

٨) البرهان غير المباشر:

وفي هذه الاستراتيجية نتعامل مع مطلوب مكافئ للمطلوب الأصلي، أي أننا نصل إلى صحة المطلوب بطريقة غير مباشرة، فأحياناً قد لا تؤدي إستراتيجية البرهان المباشر للوصول إلى النتيجة، لذلك لا بد من تحوير المسألة لتصلح وفق استراتيجية البرهان غير المباشر وهي على نوعين:

١) البرهان بالتناقض:

في هذه الاستراتجية نأخذ نفي ما هو مطلوب، ثم نبدأ من العلاقات التي يعطيها هذا النفي إلى أن نصل إلى علاقة تعارض (تناقض) حقيقة رياضية أو مبدأ رياضي أو جملة غير معقولة ضمن حقائق النظام الذي نعمل فيه، وحيث أن التعارض أمر مرفوض في المنطق فإننا نرفض صحة نفي المطلوب وبهذا نكون قد برهنا صحة المطلوب إذ أن،~ (~ ف) تكافئ ف.

٢) البرهان بالمعاكس الإيجابي:

وفي هذه الاستراتيجية تتم برهنة المعاكس الإيجابي للمسألة. أي أننا نستخدم نفي المطلوب لإثبات نفي المفروض فبدلاً من برهان (ف ← ن) فإننا نبرهن (~ ن ← ~ ف) لأن العبارتين متكافئتين منطقياً (عوض، ١٩٨٨).

٩) إيجاد مثال لا ينطبق (المثال المضاد):

في كثير من الأحيان إن إعطاء أمثلة إيجابية تحقق عبارة ما لا تؤدي إلى كون العبارة صحيحة، ولكن إعطاء مثال مضاد واحد كفيل بأن يجعل العبارة خاطئة لأن التعميمات الرياضية تكون مسورة تسويراً كلياً وهذه لا تكون صحيحة إلا إذا كانت صحيحة لكل الحالات ،وتكون خاطئة إذا وجدت حالة واحدة على الأقل خاطئة، وتقوم هذه الاستراتيجية على إيجاد مثال مضاد واحد لإثبات خطأ تعميم ما.

ثانياً : الدراسات السابقة ذات الصلة :

لقد كان تدني أداء الطلبة في إختبارات الرياضيات في كثير من دول العالم السبب الرئيسي وراء إجراء المزيد من البحوث والدراسات حول تدريس الرياضيات وحول ما ينبغي أن يحتوي عليه مناهجها، إضافة إلى الحاجة في البحث عن طرق لتصميم مناهج حديثة للرياضيات، فقد شهد عقد التسعينات من القرن الماضي اهتماماً متزايداً في البحث في استراتيجيات حل المسألة الرياضية بشكل عام والمسألة الهندسية بشكل خاص ودراسة أثر استخدام هذه الاستراتيجيات في تنمية قدرة الطلبة على حل المسائل الهندسية وعلى التفكير الرياضي وعلى التحصيل، وسيتناول هذا الفصل مجموعة من الدراسات السابقة ذات الصلة للإفادة منها في الوقوف على ما قدمته هذه البحوث والدراسات من نتائج مرتبطة باستراتيجيات حل المسألة الهندسية وقد تم تصنيف محاور الدراسات والبحوث السابقة في الآتي:

أولاً: دراسات تدور حول أثر تدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية.

ثانياً: دراسات تدور حول اثر تدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية التفكير الرياضي.

ثالثاً: دراسات تدور حول اثر تدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة الهندسية على التحصيل .

أولاً: دراسات تدور حول أثر تدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية.

أ- الدراسات العربية :

أجرت عبد (٢٠٠٤) دراسة هدفت الى تقصي اثر تقديم محتوى تعليمي في الهندسة التحليلية والدائرة يستند الى بناء المعرفة الرياضية من خلال حل المسالة الهندسية في تنمية قدرة طلبة الصف التاسع الاساسي على حل المسألة الهندسية ، تكونت عينة الدراسة من (١٦٠)طالبة توزعت في اربع شعب تمثل مجموعات الدراسة ، وتم تصميم انشطة تعليمية وفق استراتيجيات حل المسألة ، واظهرت النتائج ان هذه الاستراتيجيات ساعدت الطالبات على حل المسألة الهندسية اكثر من الاستراتيجية العادية .

وهدفت دراسة العيسى (٢٠٠٠) لتصميم برنامج تدريسي في خوارزميات البرهان، في الهندسة المستوية لمساعدة طلبة الصف الثاني الإعدادي على تنمية مهاراتهم في البرهان في الهندسة المستوية، وقياس فاعلية استخدام البرنامج التدريسي في خوارزميات البرهان في الهندسة المستوية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية.

تكونت عينة الدراسة من أربع مجموعات من طلبة الصف الثاني الإعدادي، من مدارس مدينة دمشق الإعدادية حيث تألفت من مجموعتين تجريبيتين، الأولى ذكور وعدد أفرادها (٣٣) طالباً، والثانية إناث عدد أفرادها (٣٢) طالبة، ومجموعتين ضابطتين، الأولى ذكور وعدد أفرادها (٣٧) والثانية إناث وعدد أفرادها (٣٦) طالبة،واشتملت أدوات الدراسة على: تصميم برنامج تدريسي في خوارزميات البرهان في الهندسة المستوية لطلبة الصف الثاني الإعدادي واختبارين تحصيليين. أظهرت نتائج الدراسة تفوق طلبة المجموعة التجريبية الذين تعلموا بالبرنامج التدريسي في خوارزميات البرهان، على أقرانهم طلبة المجموعة الضابطة الذين تعلموا بالطريقة التقليدية.

وأجرى أبو راشد (١٩٩٩) دراسة هدفت إلى معرفة أثر تدريب طلبة الصف الثامن الأساسي على استراتيجية معدلة لحل المسألة الهندسية في مقدرتهم على حل مسائل مشابهة، ومعرفة أثر الجنس في مقدرتهم على حلها اشتملت الاستراتيجية المعدلة على أربعة أطوار هي: طور المعرفة والفهم، طور التخطيط للحل، طور الإنتاج وتنفيذ الحل، طور مراجعة الحل واختباره. وقد دلت نتائج الدراسة على وجود أثر ذي دلالة إحصائية في مقدرة الطلبة على حل المسألة الهندسية يعزى لطريقة التدريس لصالح التدريس بالاستراتيجية المعدلة. كما أظهرت النتائج وجود أثر ذي دلالة إحصائية في مقدرة الطلبة على الإثبات ومسائل الإيجاد، كما أظهرت النتائج تفوق الإناث على الذكور في حل المسائل الهندسية.

وقام الخطيب (١٩٩٧) بدراسة هدفت إلى تحليل الاستراتيجيات والعمليات وراء المعرفية التي يظهرها الطلبة ذو التحصيل المرتفع في الرياضيات عند قيامهم بحل مسائل هندسية غير روتينية قبل وبعد تدريسهم وتدريبهم على أربع استراتيجيات برهان رياضي (المباشر، غير المباشر، المعاكس الإيجابي، المثال المضاد)، ولمعرفة أثر تدريب هؤلاء الطلبة

على استراتيجيات البرهان في قدرتهم على حل المسائل الهندسية غير الروتينية، تكونت عينة الدراسة من (١٨) طالباً من طلبة الصف التاسع ذوي التحصيل المرتفع في الرياضيات من بين طلبة الصف التاسع الذكور الذين يدرسون في المدارس الحكومية في مدينة الرمثا للعام الدراسي ١٩٩٥/١٩٩٦م، أظهرت النتائج وجود فرق دال بين متوسط علامات الطلبة في الاختبارين البعدي والقبلي ولصالح الأداء البعدي في مهارات حل المسألة الرياضية (فهم المسألة، التخطيط للحل، وتنفيذ الحل) تعزى للتدريب على استراتيجيات البرهان الرياضي.

وهدفت دراسة المسوري (١٩٩٥) إلى تقصي أثر كل من متغير الجنس ونوع المسألة واستراتيجية التدريس في مقدرة طلبة الصف التاسع الأساسي على حل المسألة الهندسية.

أما الاستراتيجية التي درب الطلبة عليها فقد تكونت من أربعة أطوار هي: طور المعرفة والفهم، طور التحليل، طور الإنتاج، طور الاختبار،تكونت عينة الدراسة من (٢١٤) طالباً وطالبة من طلبة الصف التاسع في مدينة (إب) باليمن، مقسمين إلى شعبتين للذكور وشعبتين للإناث. وقد تكونت المجموعة التجريبية من شعبة للذكور وأخرى للإناث، وهذه المجموعة تعلمت المحتوى الهندسي وفق الاستراتيجية المقترحة، أما المجموعة الضابطة فقد تكونت أيضاً من شعبة للذكور وشعبة للإناث، وقد تم تدريسها المحتوى الهندسي وفق أسلوب الكتاب المقرر، أظهرت نتائج التحليل الإحصائي تدنياً ملموساً في مقدرة الطلبة على حل المسألة الهندسية. كما وأظهرت وجود أثر ذي دلالة إحصائية (α = ٠.٠٥) في مقدرة الطلبة على حل المسألة الهندسية يعزى لطريقة التدريس بالاستراتيجية.

وهدفت دراسة الجمرة (١٩٩١) لمعرفة أثر استخدام استراتيجية في حل المسألة الهندسية في مقدرة الطلبة على حلها ،وكانت خطوات الاستراتيجية المقترحة هي: قراءة المسألة قراءة سريعة ثم قراءة متمعنة، رسم شكل أو مخطط للمسألة، تحديد كل من المعطيات

والمطلوب، وضع خطةللحل أو فكرة البرهان، تنفيذ الحل وإعادته شفوياً من قبل بعض الطلبة، والتحقق من صحة الحل.

تكونت عينة الدراسة من (٣١٩) طالباً وطالبة موزعين على مدرستين للذكور،أظهرت النتائج إلى وجود فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في مقدرة الطلبة على حل المسألة الهندسية تعزى لطريقة التدريس ولصالح طريقة التدريس بالاستراتيجية المقترحة.

أجرى مقدادي (١٩٨٨) دراسة للكشف عن أثر متغيرين بنائيين في صياغة المسائل الهندسية في مقدرة طلبة الصف الثاني الإعدادي على حلهم للمسائل الهندسية، كان من أبرز توصيات هذه الدراسة وجوب العناية بالمسألة الهندسية من حيث تحديد المعطيات والمطلوب ورسم الأشكال وكتابة البرهان.

ب- الدراسات الاجنبية :

- أجرى ماتسودا (Matsuda, 2005) دراسة هدفت إلى مقارنة استراتيجيتين لحل المسألة الهندسية الأولى التسلسل للأمام والثانية التسلسل للخلف (بصورة عكسية) وذلك لمعرفة كيف تؤثران في تعلم الطلبة لإثبات نظرية هندسية، أظهرت النتائج ما يأتي:
- الطلبة الذين تعلموا بطريقة التسلسل للأمام أظهروا أداء أفضل في كتابة البرهان من أولئك الذين تعلموا بطريقة التسلسل للخلف.
- أظهر الطلبة في كلا الطريقتين للأمام وللخلف أخطاء متساوية في التكرار.
- السبب الرئيسي للصعوبة في تطبيق التسلسل للخلف يقع في توكيد المقدمات المنطقية كتعيينات غير مبررة.

وأجرى كسن (Xin, 2003) دراسة بحثت في الفروق بين أثر كل من استراتيجيتين للتدريس الأولى قائمة على استراتيجيات حل المسألة، والثانية تقليدية. وقد حاول الباحث معرفة أثر كل

من الاستراتيجيتين في اكتساب التعميمات الهندسية والاحتفاظ بها. تم توزيع (٢٢) من طلاب المدرسة المتوسطة ذوي صعوبات في التعلم وفي حل المسائل الهندسية على مجموعتين تجريبية وضابطة، استخدم الباحث تصميم القياسات المتكررة لمقارنة أثر كل من الاستراتيجيتين. وقد أظهرت النتائج أن المجموعة التجريبية تحسن أداؤها عن الاختبار القبلي أكثر من المجموعة الضابطة. وتم تطبيق اختبار الاحتفاظ بعد أسبوع وبعد ثلاثة أسابيع، وايضا أظهرت النتائج أن المجموعة التجريبية تفوقت على المجموعة الضابطة بشكل دال إحصائياً.

أما دراسة مندوزا (Mendoza, 1980) فقد هدفت إلى معرفة أثر تعليم طلاب الصف العاشر استراتيجيات خاصة لحل المسألة في قدرتهم على حل مسائل رياضية جديدة في محتوى الهندسة والجبر. تكونت عينة الدراسة من (٢٩٤) طالباً في الصف العاشر تم توزيعهم عشوائياً على ثلاث مجموعات، تعلمت المجموعة الأولى استراتيجيات لحل المسألة فقط، وتعلمت المجموعة الثانية استراتيجيات لحل المسألة مع محتوى رياضي، بينما تعلمت المجموعة الثالثة محتوى رياضياً فقط، وشمل المحتوى الرياضي محتوى في الهندسة ومحتوى في الجبر،بينت نتائج الدراسة أن أداء الطلبة الذين تعلموا استراتيجيات حل المسألة كان أفضل من أداء الطلبة الذين درسوا المحتوى الهندسي فقط.

هدفت دراسة سكونلفد (Schoenfeld, 1979) إلى معرفة أثر تدريب طلاب جامعة كاليفورنيا على خمس استراتيجيات خاصة لحل المسألة على أدائهم في حل المسائل الرياضية، ومدى استخدامهم لهذه الاستراتيجيات قبل أن يتدربوا عليها، وكذلك مدى تأثير التعليمات الخاصة بكيفية استخدام هذه الاستراتيجيات في قدرتهم حل المسألة. واستراتيجيات حل المسألة الرياضية التي تم تدريب الطلاب عليها هي:

١. استراتيجية رسم شكل تخطيطي.

٢. استراتيجية الاستدلال المنطقي.

٣. استراتيجية البرهان بالتناقض.

٤. استراتيجية حل مسألة أسهل.

٥. استراتيجية تجزئة المسألة إلى أهداف فرعية.

تكونت عينة الدراسة من سبع مجموعات من طلاب جامعة كاليفورنيا قسمت إلى ثلاث مجموعات ضابطة وأربع مجموعات تجريبية، أظهرت نتائج الدراسة أن أداء طلاب المجموعات التجريبية كان أفضل من أداء طلاب المجموعات الضابطة في حل المسألة الرياضية، وأن طلاب المجموعات التجريبية الذين استخدموا استراتيجيات حل المسألة، كانوا أكثر عدداً من طلاب المجموعات الضابطة الذين استخدموا تلك الاستراتيجيات.

ثانياً: دراسات تدور حول اثر تدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية التفكير الرياضي.

أ- الدراسات العربية :

قام الهزايمة (٢٠٠٣) بدراسة هدفت الى تحديد اثر تدريس الهندسة باستخدام استراتيجية الاستقصاء الموجه في تنمية التفكير الرياضي لدى طلبة المرحلة الاساسية العليا في الاردن ، تكونت عينة الدراسة من (١٢٤) طالبة من طالبات الصفين السادس والثامن الاساسيين في مدرسة واحدة هي مدرسة الشونة الاساسية للبنات ،وقد اعد الباحث اختباريين تحصيليين وتم بناء اختبار في التفكير ،اظهرت النتائج وجود فروق جوهرية عند مستوى الدلالة (α=٠.٠٥)بين متوسطي اداء طالبات المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير لكلا الصفين السادس والثامن ولصالح المجموعة التجريبية.

واجرى ابو زينة وزغل (ابو زينة وزغل ،٢٠٠٠) دراسة هدفت لمعرفة اثر تدريس الهندسة باستخدام استراتيجية حل المشكلات في تنمية التفكير الهندسي ، تكونت عينة الدراسة من (٤٧) طالبا وطالبة من طلبة الصف السادس الاساسي في مدرسة البكالوريا الاردنية ،وتم اعادة كتابة وحدة الهندسة واعطي الطلبة اختبارا في التفكير وبينت النتائج ان استراتيجية حل المسألة ادت الى رفع مستويات التفكير لدى الطلبة .

واجرى حسن (١٩٩٩) دراسة هدفت إلى استقصاء أثر استخدام طريقة حل المشكلات في تدريس الرياضيات (وحدة الهندسة التحليلية) على التحصيل والتفكير الرياضي بمظاهره المختلفة، لدى عينة من طلاب الصف الثالث المتوسط في مدينة أبها، تضمنت أدوات الدراسة خطة تدريس وحدة الهندسة التحليلية بطريقة حل المشكلات لطلاب المجموعة التجريبية، واختباراً تحصيلياً يهدف إلى قياس تحصيل عينة الدراسة لجوانب التعلم المتضمنة في الوحدة بعد الانتهاء من دراستهم لها، كما شملت أدوات الدراسة اختباراً لقياس مظاهر التفكير الرياضي المختلفة لدى طلاب عينة الدراسة، اظهرت النتائج تفوق المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة في اختبار التفكير الرياضي بمظاهره المختلفة بفروق دالة احصائياً وترجع هذه الفروق الى اثر التدريس بطريقة حل المشكلات لطلاب المجموعة التجريبية .

وهدفت دراسة رمضان وعثمان (١٩٩٣) معرفة اثر استخدام برنامج تدريبي يعتمد على حل المسألة في تنمية بعض مكونات التفكير الرياضي لدى طلبة كلية التربية / قسم الرياضيات بجامعة البحرين ، تكونت عينة الدراسة من (٥٣) طالبا من طلاب تخصص معلم صف درسة موضوعات هندسية وموضوعات تتعلق بالكسور بعد تقسيمها الى مجموعتين ، استخدم الباحث اختبارين : احدهما تحصيلي والاخر في التفكير الرياضي ، في نهاية التجربة التي استمرت (٨)

اسابيع اظهرت النتائج تفوق المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة في التحصيل في حين انها لم تتفوق عليها في التفكير الرياضي.

وقام عبد الحفيظ واسكندر (١٩٩٣) بدراسة هدفت إلى التعرف على أثر استخدام استراتيجية حل المشكلات في تنمية التفكير الرياضي لدى طلاب المرحلة الثانوية وتكونت عينة الدراسة من (١٤٠) طالباً منها (٧٠) طالباً للمجموعة التجريبية، (٧٠) طالب للمجموعة الضابطة،أعدا اختباراً تحصيلياً في وحدة المعادلات وكذلك اختباراً في التفكير الرياضي وتوصلت نتائج الدراسة إلى تفوق طلاب المجموعة التجريبية الذين درسوا المعادلات باستخدام أسلوب حل المشكلات على طلاب المجموعة الضابطة الذين درسوا باستخدام الطريقة المعتادة، كما أكدت نتائج الدراسة أن استخدام استراتيجية حل المشكلات في الرياضيات يساعد في تنمية كل من التفكير الاستقرائي والتفكير الاستدلالي وقدرة الطلاب على التعبير بالرموز،وكذلك التفكير المنطقي والبرهان. وبصفة عامة أثبت استخدام استراتيجية حل المشكلات أهميتها في تنمية مظاهر التفكير الرياضي ككل.

ب- الدراسات الاجنبية :

قام هال (Hall, 2002) بدراسة هدفت إلى معرفة سلوك حل المسألة الهندسية لطلبة الصفين السابع والثامن الأساسي ذوي التحصيل المرتفع، المشاركين في برنامج المنهاج الإضافي التنافسي العالمي الذي يشتمل على حل المسألة الرياضية.

حددت هذه الدراسة ملاحظات المعلمين الذين يعملون بالتدريس الخصوصي في المنهاج الإضافي، واستجابات الطلبة لست مسائل هندسية ،تم اختيارها من المنهاج الإضافي. وتم الحصول على وجهات نظر المعلمين من خلال استبانات أرسلت إليهم ومقابلات غير رسمية معهم، وقد تطوع المعلمون للمشاركة في مقابلة الطلبة وتسجيل المقابلات أثناء حل الطلبة

للمسائل على شريط فيديو، وقد تم تحليل (٢٥٩) استبانة جمعت من المعلمين، ومقابلة (١٥) معلماً، (٣٤٠) طالباً وطالبة، أظهرت النتائج أن تصنيف المعلمين للطلبة كان على النحو الآتي: الطلبة الذكور أقل قدرة من الإناث في الأتي:

- التعبير اللفظي عن التفكير الرياضي.
- استخدام الحساب الذهني في وصفهم للصور العقلية أثناء حلهم للمسائل.

وقام ادوارد ومارسيا (Edward and Marcia, 1992) بدراسة حالة هدفت إلى فحص طبيعة التفاعلات بين المعلمين والطلبة في دروس الهندسةفي تنمية القدرة علىالتفكير الرياضي، تألفت عينة الدراسة من خمسة طلاب شاركوا في موضوع حل المسائل الهندسية استناداً إلى منهج استقصائي خلال سنة دراسية. وحاول الباحثان التعرف من خلالها على مدى فهم الطلبة للموضوعات الرياضية، وتحديد القدرات الرياضية، وكذلك تحديد الاستراتيجيات التي يستخدمونها في حل المسائل الهندسية. بينت النتائج أن الطلبة في هذه البيئة الاستقصائية استخدموا الإرشادات بصورة غير مناسبة في حل المسائل، ولم يلمس الباحثان لدى الطلبة قدرة على التفكير بصورة معمقة ولم يكونوا كذلك مشاركين نشطين في دروس الرياضيات.

وأجرى سوما (Summa, 1981) دراسة شملت العوامل التالية:

١. أثر صيغتين من صيغ البرهان الهندسي على تطور التفكير المنطقي وكتابة البرهان كاملاً.
٢. صعوبة الفرضيات التي ينظر للبرهان من خلالها وأثر ذلك على كتابة البرهان.
٣. بنية المسألة وأثر ذلك على كتابة البرهان.

اختار الباحث ١٢٠ طالباً من طلبة الصف العاشر يتوزعون في خمس مدارس. وقد وزعت الموضوعات عشوائياً على مجموعتي الدراسة، حيث تلقت المجموعة الأولى تعليماً بصيغة جملة – سبب (Statement – Reason) مستخدمة الإشارات اللازمة بين قوسين في

عمود الأسباب في حين درست المجموعة الثانية باستخدام المخطط المتتالي (Flow-diagram) واستخدمت المجموعتان الكتاب المدرسي، أظهرت الدراسة النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية (α = ٠.٠٠١) لصالح الطلبة الذين اتبعوا طريقة المخطط المتتالي وكذلك لصالح المسائل ذات البنية البسيطة.

ثالثاً: دراسات تدور حول اثر تدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة الهندسية على التحصيل .

أ- الدراسات العربية :

وأجرى إبراهيم (٢٠٠٤) دراسة هدفت إلى قياس أثر برنامج حاسوبي مصمم لتدريس الهندسة الفضائية لطلبة الصف العاشر على تحصيلهم الدراسي وقدرتهم على البرهان. تكونت عينة الدراسة من (١٢٤) طالباً وطالبة من طلبة الصف العاشر في مديرية بني كنانة، تم توزيعهم على مجموعتين إحداهما تجريبية والأخرى ضابطة، وتكونت كل مجموعة من شعبتين إحداهما للذكور والأخرى للإناث.

تم إعداد برمجية حاسوبية في وحدة الهندسة الفضائية، حيث تم تدريس وحدة الهندسة الفضائية لطلبة المجموعة التجريبية باستخدام البرمجية، بينما تم تدريس طلبة المجموعة الضابطة باستخدام الطريقة المعتادة، أظهرت نتائج القياس القبلي والبعدي تفوق المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة في التحصيل في الهندسة الفضائية (بغض النظر عن الجنس).

كما قام كل من بلطية وبهوت (٢٠٠٢) بدراسة هدفت إلى بيان فعالية استخدام استراتيجية حل المشكلات في تنمية الارتباطات الرياضية لدى طلال الصف الأول الثانوي. تكون أفراد الدراسة من (٨٦) طالباً في فصول الصف الأول الثانوي بمدرسة الشهيد رياض

الثانوية بكفر الشيخ (مصر). وقد أعد الباحثان اختبار الارتباطات الرياضية بالإضافة إلى إعداد دليل للمعلم في ضوء الاستراتيجية التدريسية حيث تم تقديم (٤) مشكلات رياضية يتطلب حلها استخدام الارتباطات الرياضية وبيانها كالآتي (وذلك في دراسة استطلاعية):

المشكلة الأولى: تعيين معادلة الخط المستقيم إذا أعطي التمثيل البياني له.

المشكلة الثانية: التمثيل (الجبري – البياني – الجدولي) لموقف مصاغ بطريقة لفظية.

المشكلة الثالثة: الربط بين التمثيلات المتكافئة للمتجه في المستوى.

المشكلة الرابعة: الربط بين فروع الرياضيات (جبر، هندسة تحليلية، حساب مثلثات)، وقد تم تطبيق الاختبار المذكور قبلياً وبعدياً على أفراد الدراسة، واستغرقت فترة الدراسة (٨) أسابيع بمعدل (٣) حصص أسبوعياً، اظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي علامات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في الارتباطات الرياضية لصالح طلاب المجموعة التجريبية.

كما أجرى الإمام (٢٠٠١) دراسة هدفت إلى استخدام "مدخل الإنشاءات الهندسية وحل المشكلة" في تنمية الفهم الهندسي ومهارات البرهان لدى طلاب الصف الثالث الإعدادي بمصر.

تكون أفراد الدراسة من (١٤٠) طالباً وطالبة في مدرستين في مدينة طنطا إحداهما للبنين والأخرى للبنات حيث ضمت المجموعة التجريبية فصلاً للبنين وآخر للبنات، وتم تطبيق اختبار أساسيات الهندسة لتحقيق التجانس بين أفراد المجموعتين التجريبية والضابطة قبل بداية تدريس موضوع الدائرة، وتم إعداد (٣٣) نشاطاً تضمن كل منها مشكلة إنشاء هندسي رئيسة تفرع منها مشكلة أو أكثر تتطلب عمل مزيد من الإنشاءات باستخدام المسطرة والفرجار، وأحياناً باستخدام المثلث القائم الزاوية، وقد أعد الباحث اختبارين أحدهما لقياس الفهم الهندسي والثاني لقياس البرهان الهندسي الاستنباطي، دلت نتائج الدراسة على تفوق طلبة المجموعة

التجريبية على زملائهم طلبة المجموعة الضابطة في كل من الفهم الهندسي والبرهان الاستنباطي.

وفي دراسة أجراها الإبراهيم (٢٠٠١) هدفت إلى الكشف عن قدرة طلبة الصفين السابع والثامن الأساسي على التمثيل الهندسي للمسألة الرياضية اللفظية، ومعرفة نسبة التباين الذي تفسره بعض المتغيرات المتعلقة بالطالب: (الجنس، الصف، مستوى التحصيل)، في مقدرة الطلبة على التمثيل الجبري والتمثيل الهندسي للمسائل الرياضية اللفظية، أبرز ما أظهرته نتائج الدراسة وجود تدني مستوى طلبة الصفين السابع والثامن على التمثيل الهندسي للمسألة الرياضية اللفظية.

ب- الدراسات الاجنبية :

أجرى نيبلنك وآخرون (Nibbelink, et al, 1993) دراسة في الولايات المتحدة الأمريكية هدفت لتحديد أثر حجم المسألة على التحصيل في حل المسائل الرياضية اللفظية لدى طلبة الصف الأول والثاني والثالث، تكونت عينة الدراسة من (٢٥٩) طالباً من الصف الأول والثاني والثالث. وأظهرت نتائج التحليل عدم وجود فروقات هامة في تحصيل الطلبة، تعزى لحجم كتابة المسألة. وتوصي الدراسة باختصار مسائل اللفظية.

وقام كل من سيزتيلا، سوبر (Szetela & Super, 1987) بدراسة هدفت تحديد أثر برنامج تدريسي للصف السابع قائم على الاستراتيجيات الآتية لحل المسألة (الحزر والاختبار، عمل قائمة منظمة، عمل مسألة أسهل، البحث عن نمط، ورسم شكل) على التحصيل، تكونت عينة الدراسة من (٤٢) شعبة من الصف السابع قسمت ال ثلاث مجموعات ، وتم تطبيق اختيار تحصيلي على طلبة المجموعات الثلاث بعد الانتهاء من التدريب لتجديد فعالية البرنامج وتقديم استبانة للمعلمين لمعرفة آرائهم في البرنامج التعليمي، اظهرت نتائج الدراسة عدم وجود فرق ذو

دلالة إحصائية بين متوسط علامات طلبة المجموعتين الأولى والثانية وكان تحصيل الذكور أفضل من تحصيل الإناث في حل المسألة الرياضية.

وقام غنايم (Ghunaym, 1986) بدراسة هدفت إلى استقصاء أثر تدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة الرياضية الآتية: الاكتشاف، المحاولة والخطأ، العمل العكسي، التناقض والتبديل، استخدام الرسوم البيانية في القدرة على حل المسألة الرياضية وأثر ذلك في التحصيل. وشارك في الدراسة (٨٨) طالباً من مدارس ثانوية بفلوريدا قسموا عشوائياً إلى مجموعتين: تجريبية، وضابطة وقد أعطيت وحدة تدريبية للمجموعات بطريقتين مختلفتين لمدة أربعة أسابيع وخضعت المجموعتان لاختبارات قبلية وأخرى بعدية وكذلك أقيمت مقابلات فردية مع (١١) طالباً من المجموعتين لتحليل تفكيرهم، أظهرت نتائج الدراسة تفوق طلبة المجموعة التي تدربت على الاستراتيجيات على طلبة المجموعة الضابطة في التحصيل.

وهدفت دراسة كارول (Carroll, 1977) إلى معرفة الفاعلية النسبية لثلاثة استراتيجيات في حل المسألة الهندسية، وهي استراتيجيات التحليل والتركيب والدمج بينهما. استخدم الباحث في دراسته عينة مكونة من تسع شعب في الصف التاسع، وزعها على ثلاث مجموعات بطريقة عشوائية كما يلي:

١. درست المجموعة الأولى حل المسألة الهندسية حسب استراتيجية التحليل.

٢. ودرست المجموعة الثانية حل المسألة الهندسية باستخدام استراتيجية التركيب.

٣. أما المجموعة الثالثة فدرست حل المسألة الهندسية حسب الاستراتيجيتن معاً.

وقام بتدريب هذه المجموعات معلمون متدربون من دور المعلمين بعد أن دربهم الباحث على استراتيجية واحدة فقط. واستخدم الباحث نوعين من المسائل في قياس تحصيل الطلاب هي: مسائل تحتوي على معلومات إضافية ولا تلزم لحل المسألة، ومسائل لا تحتوي على

معلومات إضافية. وبينت نتائج الدراسة أن استراتيجية الدمج أفضل الاستراتيجيات. ولم تظهر فروق ذات دلالة إحصائية بين استراتيجيتي التحليل والتركيب.

تعليق الباحث على مجمل الدراسات والبحوث المتضمنة في المحاور الثلاثة السابقة:-

من خلال استعراض مجموعة الدراسات السابقة توصل الباحث إلى الاستنتاجات التالية:-

١- فيما يتعلق بالدراسات التي تناولت تدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة الهندسية فأوضحت الصورة الحقيقية لأثر التدريب على الاستراتيجية العامة التي اقترحها بوليا (Polya) لحل المسألة أو على النماذج والاستراتيجيات الخاصة المنبثقة عن هذا النموذج، وقد أشارت معظم الدراسات إلى فعالية استخدامه في حل المسألة الهندسية لما له من أثر إيجابي في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وعلى التحصيل.

(عبد،٢٠٠٤؛ العيسى،٢٠٠٠؛ أبو راشد، ١٩٩٩؛الخطيب،١٩٩٧؛المسوري،١٩٩٥؛الجمرة،١٩٩١).

(Matsuda,2005; Xin,2003;Mendoza,1980;Schoenfeld,1979)

ولما له أثر إيجابي على تنمية التفكير الرياضي.

(الهزايمة،٢٠٠٣؛ابوزينة وزغل،٢٠٠٠؛حسن١٩٩٩؛عبدالحفيظ واسكندر،١٩٩٣)

٢- وجود صعوبات لدى الطلبة في حل المسائل الهندسية خصوصاً في مسائل البرهان.

(Dodswirth, 2003; Matsuda, 2005).

(ابراهيم،٢٠٠٤؛الامام،٢٠٠١؛الابراهيم،٢٠٠١؛مقدادي،١٩٨٨)

٣- إن هذه الدراسات على الرغم من أن محورها يدور حول حل المسألة الهندسية إلا أنها تختلف فيما بينها في عدد من العوامل مثل: الفترة الزمنية التي استغرقتها كل دراسة،

المرحلة أو الصفوف التي أجريت عليها الدراسة وقد تعددت وتنوعت الاستراتيجيات التـــي استخدمتها كل دراسة مثل:

- البرهان المباشر، غير المباشر، المعاكس الإيجابي، اللمثال المضـــاد (الخطيـــب، ١٩٩٧)، (Mendoza, 1991).
- تنمية الارتباطات الرياضية (بلطيه وبهوت، ٢٠٠٢).
- تجزئة المسألة إلى أهداف فرعية.

(Schoenfeld, 1979;Szetela&Super,1987)

- المحاولة والخطأ، الاكتشاف، الحل العكسي، التناقض.

(Matsuda, 2005;Ghunaym,1986)

- الحزر والتخمين.

(Szetela& super, 1987)

٤- لا يقتصر استخدام نموذج بوليا في حل المسائل الهندسية على مرحلة تعليمية معينة وإنمـــا يستخدم في جميع المراحل.

- المرحلة الأساسية.

(العيسى، ٢٠٠٠؛ الإمام، ٢٠٠١؛ أبو راشد، ١٩٩٩).

(Summa, 1981; carroll, 1977; xin, 2003).

- المرحلة الثانوية.

(بلطية وبهوت،٢٠٠٢) ،(عبدالحفيظ واسكندر،١٩٩٣).

- المرحلة الجامعية.

(رمضان وعثمان ،١٩٨٩). (Edward&Marcia, 1992; Schoenfeld,1979)

موقع الدراسة الحالية بين الدراسات السابقة:

١- تشابهت الدراسة الحالية مع معظم الدراسات السابقة من حيث:-

أ. استخدام برنامج تدريبي لتدريس حل المسألة الهندسية.

ب. استخدام التحصيل والقدرة على حل المسألة الهندسية كمتغيرات تابعة.

٢- اختلفت الدراسة الحالية عن مجمل الدراسات السابقة في النواحي التالية:

أ. تم تناول التفكير الرياضي كمتغير تابع من حيث التركيز على مظاهره المتعددة (الاستقراء، التعميم، التعبير بالرموز، الاستنتاج، التخمين، التفكير المنطقي، النمذجة، البرهان).

ب. تميزت هذه الدراسة بتنوع الأدوات المستخدمة فيها وهي البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية ولقد احتوى هذا البرنامج على مسائل متنوعة محلولة ومسائل تدريبية وهي مسائل هندسية عامة لا ترتبط بمحتوى رياضي لتدريب طلبة الصف العاشر على تسع استراتيجيات خاصة لحل المسألة الهندسية ضمن الاستراتيجية العامة لحل المسائل الرياضية التي اقترحها بوليا. ومن أدوات الدراسة كذلك: اختبار حل المسألة الهندسية وقد اشتمل على مسائل هندسية عامة شبيهة بالمسائل التي تم التدرب عليها، واختبار تحصيلي في الهندسة في وحدتي الدائرة والمثلثات من كتاب الصف العاشر المقرر تدريسه بدءاً من العام الدراسي ٢٠٠٥/٢٠٠٦ والتي لم يتم تناولهما في البيئة الأردنية، واختبار في التفكير الرياضي تناول ثمانية مظاهر للتفكير الرياضي.

بالمقابل فإن معظم الدراسات السابقة تم التركيز فيها على أداة أو أداتين على الأكثر ولم يراع فيها التنويع.

٣- استفاد الباحث من مجمل الدراسات السابقة في إعداد أدواتها وتفسير النتائج وإبراز مشكلة الدراسة وذلك من خلال الدراسات الآتية.

(المسوري، ١٩٩٥؛ الخطيب، ١٩٩٧؛ الخطيب، ٢٠٠٤؛ الإبراهيم، ٢٠٠٤، الجمرة، ١٩٩١؛ مقدادي،١٩٨٨).

(matsuda, 2005; Dodswirth, 2003; Ghunaym,1986; Mendoza,1980; Schoenfeld,1979) .

وتأتي هذه الدراسة لتوفر بصورة مباشرة دليلاً عملياً للاستراتيجيات الخاصة لحل المسألة الهندسية ضمن الاستراتيجية العامة التي تساعد على الفهم المعمق لمادة الهندسة، وتساعد على التفكير الرياضي وتحسن من مستوى التحصيل، كما تفيد بإعداد المعلمين وتدريبهم وتفيد بشكل غير مباشر في تطوير مناهج الرياضيات وكتبها المدرسية وأدلة المعلمين، كما تفتح آفاقاً جديدة في البحث على استراتيجيات يجب أن يركز عليها المعلمون في تدريسهم للمحتوى الهندسي لتنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة، ويتوقع الباحث أن تكون هذه الدراسة قاعدة أساسية لدراسات لاحقةعلى متغيرات اخرى غير متغيرات الدراسة.

الفصل الثالث

الطريقة والإجراءات

الفصل الثالث

الطريقة والإجراءات

هدفت الدراسة إلى معرفة أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وعلى التفكير الرياضي والتحصيل لدى طلبة الصف العاشرفي الاردن.

تناول هذا الفصل وصفاً لمجتمع الدراسة وطريقة اختيار العينة، والطرق التي تم بها إعداد أدوات الدراسة والتحقق من صدقها وثباتها، بالإضافة إلى إجراءات الدراسة وتصميمها والمعالجات الإحصائية المستخدمة لاختبار فرضياتها واستخلاص نتائجها.

عينة الدراسة:

تم اختيار عينة الدراسة من مدرستين تابعتين لمديرية التربية والتعليم لمنطقة عمان الأولى هما: مدرسة جعفر الطيار الأساسية للذكور ومدرسة الأشرفية الثانوية للإناث، جاء اختيار الباحث لهاتين المدرستين لعدة أسباب منها: وجود شعبتين للصف العاشر في كل منهما، وتعاون إدارة المدرستين بتقديم كل ما يلزم من تسهيلات خلال عملية تطبيق الدراسة، كما أبدى معلمو ومعلمات الرياضيات للصف العاشر الأساسي فيهما الرغبة في التعاون لإتمام إجراءاتها وتنفيذها. تم اختيار شعبتين للصف العاشر من مدرسة جعفر الطيار الأساسية للذكور أحداهما تجريبية وعدد أفرادها (٤٠) والأخرى ضابطة وعدد أفرادها (٣٩) بشكل عشوائي، وتم اختيار شعبتين للصف العاشر من مدرسة الأشرفية الثانوية للبنات أحداهما تجريبية وعدد أفرادها (٤٠) والأخرى ضابطة وعدد أفرادها (٤٠) بشكل عشوائي، وبذلك تكون عينة الدراسة قد اشتملت على (١٥٩) طالباً وطالبة من الصف العاشر الاساسي موزعين على مجموعتين :تجريبية عددها

(٨٠) طالبا وطالبة تخضع للبرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسالة الهندسية مع دراسة محتوى هندسي ممثل بوحدتي الدائرة والمثلثات من كتاب الصف العاشر،وضابطة عددها(٧٩) طالبا وطالبة لا تخضع للبرنامج التدريبي وتدرس نفس النحتوى بالطريقة الاعتيادية ويوضح الجدول (١) توزيع أفراد العينة حسب المدرسة والشعبة ومجموعات الدراسة والجنس.

الجدول (١)

توزيع أفراد عينة الدراسة حسب المدرسة والشعبة ومجموعات الدراسة والجنس

اسم المدرسة	المجموعة التجريبية			المجموعة الضابطة			المجموع
	الصف	الشعبة	العدد	الصف	الشعبة	العدد	
جعفر الطيار الأساسية ذكور	العاشر	أ	٤٠	العاشر	ب	٣٩	٧٩
الأشرفية الثانوية إناث	العاشر	أ	٤٠	العاشر	ب	٤٠	٨٠
المجموع			٨٠			٧٩	١٥٩

وقد اختار الباحث المعلمين والمعلمات ليكونوا متكافئين تقريباً في عاملي المؤهل الأكاديمي والقدرة على تدريس الرياضيات والجدول (٢) يوضح ذلك.

الجدول (٢)

بيان التكافؤ التقريبي للمعلمين الذين قاموا بتنفيذ البرنامج

المدرسة	المؤهل العلمي	سنة التخرج	عدد سنوات الخبرة	متوسط تقديرات المشرفين في آخر ٣ سنوات
جعفر الطيار الأساسية	بكالوريوس	١٩٩٦	١٠	ممتاز

الأشرفية الثانوية	بكالوريوس	١٩٩٧	٩	ممتاز

وقد تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات أفراد عينة الدراسة من المجموعتين التجريبية والضابطة في مبحث الرياضيات في الصف التاسع وتم التاكد من تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة بالاعتماد على التحصيل السابق للطلبة في مادة الرياضيات في نهاية الفصل الدراسي الثاني للعام ٢٠٠٥/٢٠٠٦ (التحصيل في العام الماضي) في كلا من المدرستين، علماً بأن العلامة الكاملة من (١٠٠) ويوضح الجدول (٣) ذلك.

الجدول (٣)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات أفراد عينة الدراسة في الرياضيات في نهاية العام الدراسي ٢٠٠٥/٢٠٠٦

المجموعة	ذكور			إناث			ذكور وإناث معاً		
	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
تجريبية	٤٠	٦٨	١٥.٩١	٤٠	٦٩.٤١	١٥.٩١	٨٠	٦٨.٨١	١٥.٦٣
ضابطة	٣٩	٦٧.٨٩	١٥.٣١	٤٠	٦٨.١٣	١٦.٣٢	٧٩	٦٨.٠١	١٥.٧١

يتضح من الجدول (٣) وجود فروق ظاهرية بين متوسطات علامات أفراد عينة الدراسة في مبحث الرياضيات في نهاية العام ٢٠٠٥/٢٠٠٦، وللتحقق من دلالة هذه الفروق الظاهرية وتكافؤ المجموعتين الضابطة والتجريبية وكذلك تكافؤ الطلاب الذكور والطالبات الإناث في كل من المدرستين تم استخدام اختبار (t – test) للمقارنة بين متوسطات علامتهما في كل من المدرستين ولم تكن للفروق بين هذه المتوسطات أية دلالة إحصائية (α = ٠.٠٥) لكليهما.

ويوضح الجدول (٤) دلالة الفروق بين متوسطات علامات أفراد عينة الدراسة في مبحث الرياضيات في نهاية العام الدراسي ٢٠٠٥/٢٠٠٦م.

الجدول (٤)

دلالة الفروق بين متوسطات أفراد عينة الدراسة في مبحث الرياضيات في نهاية العام الدراسي ٢٠٠٥/٢٠٠٦

المدرسة	المقياس	المجموعة الضابطة	المجموعة التجريبية	قيمة t المحسوبة	قيمة t الجدولية
جعفر الطيار الأساسية للذكور	العدد المتوسط الحسابي الانحراف المعياري	٣٩ ٦٧.٨٩ ١٥.٣١	٤٠ ٦٨ ١٥.٥٣	٠.٠٣	٢.٠٠٠ (α = ٠.٠٥)
الأشرفية الثانوية للبنات	العدد المتوسط الحسابي الانحراف المعياري	٤٠ ٦٨.١٣ ١٦.٣٢	٤٠ ٦٩.٤١ ١٥.٩١	٠.٣٦	٢.٠٠٠ (α = ٠.٠٥)
المجموع	العدد المتوسط الحسابي الانحراف المعياري	٧٩ ٦٨.١ ١٥.١٧	٨٠ ٦٨.٧١ ١٥.٦٣	٠.٢٨	١.٩٦ (α = ٠.٠٥)

يتبين من الجدول (٤) عدم وجود فروق عند مستوى (α = ٠.٠٥) بين المتوسطات الحسابية لعلامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة في كل من المدرستين،كما يظهر الجدول عدم وجود فروق عند مستوى (α = ٠.٠٥) بين المتوسطات الحسابية لعلامات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة والمتوسطات الحسابية لعلامات طالبات المجموعتين التجريبية والضابطة في كل مدرسة من المدرستين.

وقد تم إيجاد التكافؤ بطريقة أخرى اعتمدت على علامات الاختبار الأول في الرياضيات الذي تم أعطاؤه في نهاية شهر أيلول للصف العاشر في الفصل الأول للعام ٢٠٠٦/٢٠٠٧م واستخدم

الباحث اختبار (t-test) للمقارنة بين المتوسطات الحسابية لعلامات الطلبة في المجموعات التجريبية والضابطة ولم تكن للفروق بين هذه المتوسطات دلالة إحصائية (α = ٠.٠٥).

أدوات الدراسة:

استخدم الباحث في هذه الدراسة الأدوات التالية:

١- البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية.

٢- اختبار حل المسألة الهندسية.

٣- اختبار التفكير الرياضي .

٤- اختبار تحصيلي في الرياضيات للصف العاشر في وحدتي الدائرة والمثلثات.

وفيما يلي وصف لكل منهما:

أولاً: البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية:

تم تدريب طلبة الصف العاشر (المجموعة التجريبية) على استراتيجيات حل المسألة الهندسية التالية:

١. استراتيجية البحث عن نمط أو معادلة.

٢. استراتيجية رسم شكل.

٣. استراتيجية حل مسألة أسهل (تبسيط المسألة).

٤. استراتيجية القائمة المنظمة أو تكوين جدول.

٥. استراتيجية استخدام متغير.

٦. استراتيجية التبرير المنطقي.

٧. استراتيجية المثال المضاد (مثال لا ينطبق).

٨. استراتيجية البرهان المباشر.

٩. استراتيجية البرهان غير المباشر.

وتم اختيار هذه الاستراتيجيات لانها تناسب فعلا مستوى الصف العاشر الأساسي وتلائم المحتوى الهندسي الذي تم تدريسه الى جانب البرنامج التدريبي (ملحق (١)).

احتاج هذا البرنامج إلى (١٩) حصة صفية بواقع حصتين لكل استراتيجية وحصة واحدة خصصت لتوضيح المفاهيم التالية: المسألة الهندسية، حل المسألة الهندسية، الاستراتيجية العامة لحل المسألة الرياضية وفق نموذج بوليا.

وقد كانت هذه الحصص كافية لتحقيق غرض الدراسة وتم اختيار وحدتين دراسيتين من كتاب الصف العاشر المقرر تدريسه بدءاً من العام الدراسي ٢٠٠٥/٢٠٠٦م والتي تمثل المحتوى الهندسي، الأولى: هي وحدة الدائرة والمماسات والأشكال الرباعية الدائرية المقرر تدريسها في الفصل الدراسي الأول، والثانية: هي وحدة المثلثات والمقرر تدريسها في الفصل الدراسي الثاني، وهاتين الوحدتين تمثلان أكثر وحدات الكتاب زخماً بالمفاهيم والتعميمات والمهارات الهندسية وذلك من أجل تدريسهما بجانب البرنامج التدريبي لمعرفة أثر هذا البرنامج على التحصيل وعلى القدرة على حل المسألة الهندسية و القدرة على التفكير الرياضي لدى طلبة الصف العاشر.

محتوى البرنامج:

تدور المواقف التعليمية لهذا البرنامج على تدريب طلبة الصف العاشر أساليب واستراتيجيات حل المسألة،ويهدف إلى تدريبهم على أكبر قدر ممكن من هذه الاستراتيجيات واستخدامها الاستخدام الصحيح وتطبيقها بشكل مناسب وكان محتوى البرنامج كالآتي:

١) عرض كل استراتيجية وإعطاء تعريف لها وتوضيحها.

٢) إعداد خطة صفية لتدريب الطلبة على استخدام الاستراتيجية وتم فيها بيان ما يلي:

أ. **النتاجات المتعلقة بالاستراتيجية.**

ب. **أساليب التدرب على الاستراتيجية.**

ج. **أساليب التقويم.**

د. **ملاحظات المعلم.**

٣) **عرض مثالثين محلولين على كل اشتراتيجية يراعي فيهما المعلم خطوات حل المسألة.**

٤) **تقديم مسألتين على كل استراتيجية ليقوم الطلبة بحلهما.**

علماً بأن هذه الأمثلة والتدريبات المتعلقة بكل استراتيجية تمثل مسائل هندسية عامة غير روتينية لا ترتبط بمحتوى رياضي مباشر ولكنها ذات صبغة رياضية وذلك بهدف تدريب الطلبة على حل هذا النوع من المسائل الهندسية الذي لم يسبق لهم مواجهته من قبل باستخدام أساليب حل غير نمطية، وجميع هذه الأمثلة والتدريبات هي من إعداد الباحث. وتم تدريب الطلبة على هذا البرنامج في المدرستين، وبدأت عملية التدريب في الأسبوع الأول من شهر تشرين أول عام ٢٠٠٦م واستغرق إعطاء البرنامج (١٨) حصة بواقع حصتين لكل استراتيجية مترافقاً مع إعطاء وحدتي الدائرة والمثلثات المقررتين في كتاب الصف العاشر. وتم التحقق من صدق البرنامج التدريبي من خلال عرضه على لجنة تحكيم من أساتذة الجامعات ومحاضرين في الجامعات ومشرفين ومعلمين ومعلمات في المدارس الحكومية ومدارس وكالة الغوث والمدارس الخاصة من ذوي الخبرة في تدريس الرياضيات للصف العاشر موزعين كما يلي: أربعة أعضاء هيئة تدريس من الجامعات الأردنية، أربعة أعضاء من المشرفين التربويين لمادة الرياضيات، أربعة أعضاء من المعلمين. كما ضمت اللجنة عضوين من إدارة المناهج في وزارة التربية والتعليم (ملحق (٢)). بهدف مراجعة وإعادة صياغة مسائله وإبداء آرائهم حول الصيغة اللغوية لمفرداته وإبداء ملاحظاتهم من حيث الصحة العلمية لحل مسائل التدريب ولقد تم الاستفادة من

جميع الملاحظات والآراء الواردة من السادة أعضاء لجنة التحكيم، ولقد تم إجـــراء التعـــديلات اللازمة وإثراء هذا البرنامج بناءً على تلك المقترحات والآراء وتطويره من صورته الأولية إلى صورته النهائية.

ثانياً: اختبار حل المسألة الهندسية:

أ- بناء الاختبار.

قام الباحث ببناء اختبار حل المسألة الهندسية لقياس مقدرة طلبة الصف العاشر الأساسي على حل مسائل هندسية عامة، تكون الاختبار في صورته الاولية من (٨) مسائل مقالية، منهـــا (٦) مسائل هندسية عامة لا ترتبط بمحتوى رياضي معين، لكنها ذات صبغة رياضية، ومسألتين هندسيتين من المحتوى الرياضي الذي يمثل وحدتي الدائرة والمثلثات للصف العاشر علماً بـــأن هاتين المسألتين مشتركتان بين الاختبار التحصيلي واختبار حل المسألة الهندسية، وقد روعي في بناء الاختبار ملاءمة مسائل الاختبار لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية التي تم التدرب عليهـــا خلال البرنامج التدريبي، وقد تم كتابة وتوزيع فقرات الاختبار على نوع واحـــد مـــن المســـائل المقالية يطلب حلها وفق خطوات نموذج بوليا لحل المسألة، وهذا الاختبار من إعـــداد الباحـــث (ملحق (٣)).

خصص الباحث (٥) علامات لكل مسألة من مسائل اختبار حل المسألة الهندسية وزعت على النحو: (١) علامة لتحديد المعطيات، (١)علامة لتحديد المطلـــوب، (١) علامـــة لتحديـــد استراتيجية الحل، (١) علامة لتنفيذ الحل، (١) علامة للتحقق من الحل. وقـــد كانـــت العلامـــة القصوى للاختبار (٤٠)، والعلامة الدنيا للاختبار (٢٠).

ويوضح الجدول (٥) توزيع الاستراتيجيات الخاصة على مسائل الاختبار.

الجدول (٥)

توزيع الاستراتيجيات الخاصة على مسائل اختبار حل المسألة الهندسية

المسألة	الاستراتيجيات المستخدمة			
الأولى	١	٣	٤	٦
الثانية	١	٢	٣	٥
الثالثة	٢	٤	٥	–
الرابعة	٢	٥	٦	–
الخامسة	٢	٤	٦	٧
السادسة	٦	–	–	–
السابعة	٢	٨	–	–
الثامنة	٢	٣	٩	–

علماً بأن الاستراتيجيات المذكورة في الجدول (٥) تم إيضاح مسمياتها كما في الجدول (٦).

الجدول (٦)

مسميات الاستراتيجيات الخاصة بمسائل اختبار حل المسألة الهندسية

الاستراتيجية	الرقم
البحث عن نمط	١
رسم شكل	٢
تكوين جدول	٣
استخدام متغير	٤
حل مسألة أسهل	٥
التبرير المنطقي	٦
البرهان المباشر	٧
البرهان غير المباشر	٨
المثال المضاد	٩

ب. صدق الاختبار:

تم التحقق من صدق الاختبار عن طريق عرضه على لجنة تحكيم من الخبراء والمختصين في مجال تدريس الرياضيات موزعين كما يلي: أربعة أعضاء هيئة تدريس من الجامعات الأردنية، أربعة أعضاء من المشرفين التربويين لمادة الرياضيات، أربعة أعضاء من معلمين. كما ضمت اللجنة عضو من إدارة الاختبارات في وزارة التربية والتعليم (ملحق (٢)). بهدف مراجعة وإعادة صياغة مسائله، وإبداء آراءهم حول الصيغة اللغوية والدقة والوضوح في المسائل، وإبداء ملاحظاتهم حول الاختبار من حيث: وضوح أهدافه، مدى شموليته، مدى مناسبة المسائل لاستراتيجيات الحل، مدى كفاية الوقت المحدد للاختبار، إضافة أو حذف أو تعديل ما يلزم من فقرات الاختبار، وبعد جمع ملاحظات المحكمين أجريت التعديلات اللازمة، وتم تعديل بعض الفقرات وإعادة صياغة بعضها الآخر لتصبح أكثر دقة حيث أصبح عدد مسائل هذا الاختبار في صورته النهائية (٨) مسائل هندسية.

ج. ثبات الاختيار:

تم حساب معامل ثبات اختبار حل المسألة الهندسية المستخدم في الدراسة بعد تطبيقه على عينة استطلاعية مكونة من (٤٠) طالباً من غير عينة الدراسة وقبل إجراء التجربة، باستخدام معادلة كرونباخ ألفا، حيث بلغت قيمة ثبات ذلك الاختبار (٠.٨٩) وتعد هذه القيمة مقبولة وتبرر استخدامه لأغراض الدراسة الحالية مما يدعو إلى الإطمئنان إلى نتائجها، وعدت هذه القيمة دالة على ثبات الاختبار، وللتحقق من صدق محك الاختبار حسب معامل ارتباط (بيرسون) بين علامات طلبة العينة الاستطلاعية على الاختبار، وعلاماتهم في مادة الرياضيات في الفصل الثاني من العام الدراسي ٢٠٠٥م-٢٠٠٦م فكان (٠.٨٨)، وقد تبين من خلال العينة الاستطلاعية أن الزمن المناسب للاختبار هو (٩٠) دقيقة وذلك عن طرق حساب متوسط الزمن لأسرع وأبطأ طالب، وقد طبق الاختبار على طلبة الصف العاشر الأساسي بعد الانتهاء من تطبيق البرنامج التدريبي.

د. تحليل فقرات الاختبار:

تم حساب الصعوبة والقوة التمييزية يدوياً لكل مسألة من مسائل اختبار حل المسألة الهندسية بعد تطبيقه على عينة استطلاعية من غير عينة الدراسة، وتراوحت قيمة الصعوبة لفقرات اختبار حل المسألة الهندسية ما بين (٠.٤٤-٠.٦٦)،وتتفق قيم الصعوبة لفقرات اختبار حل المسألة الهندسية مع قيم الصعوبة المرغوب فيها، التي يجب أن تقترب من (٠.٥٠) (علام، ٢٠٠٢، ص ٢٨٦). بناء على ذلك تم استبقاء جميع فقراته.

وتم أيضاًحساب القوة التمييزية لكل مسألة من مسائل اختبار حل المسألة الهندسية وتراوحت قيم التمييز لفقرات الاختبار ما بين (٠.٣٦ – ٠.٧٢)، وبناء على ذلك تم استبقاء جميع الفقرات، فلم يتم حذف أي فقرة من فقرات الاختبار.

ويظهر الجدول (٧) قيم الصعوبة والتمييز لكل مسألة من مسائل اختبار حل المسألة الهندسية.

الجدول (٧)

الصعوبة والتمييز لفقرات اختبار حل المسألة الهندسية

رقم المسألة	الصعوبة	التمييز
الأولى	٠.٥٦	٠.٤٠
الثانية	٠.٥٨	٠.٣٧
الثالثة	٠.٦٢	٠.٣٦
الرابعة	٠.٤٨	٠.٤٨
الخامسة	٠.٤٤	٠.٧٢
السادسة	٠.٦٦	٠.٤٠
السابعة	٠.٦٢	٠.٣٨
الثامنة	٠.٤٦	٠.٤٨

هـ. طريقة تصحيح الاختبار:

تم تصحيح إجابات الطلبة وفق الإجابة النموذجية للحل، حيث أعطيت (٥) علامات لكل مسألة من مسائل الاختبار وبذلك تكون النهاية العظمى لاختبار حل المسألة الهندسية هي (٤٠) علامة.

ثالثاً: اختبار التفكير الرياضي:

هدف اختبار التفكير الرياضي قياس مقدرة طلاب الصف العاشر على التفكير الرياضي ضمن (٨) مظاهر للتفكير هي: الاستقراء، التعميم، الاستنتاج، التعبير بالرموز، التفكير المنطقي، البرهان، التخمين، والنمذجة.

وقد قام الباحث ببناء الاختبار اعتماداً على اختبار (أبو زينه، ١٩٨٦)، واختبار (الخطيب، ٢٠٠٤) واختبار (حسن عبد، ٢٠٠٤). وبالتعاون مع المشرف على هذه الدراسة ويتكون الاختبار من (٤٠) فقرة لكل مظهر ٥ فقرات، بعض هذه الفقرات موضوعية وبعضها ذات إجابة قصيرة تحتاج إلى وقفة تأمل وتفكير وتأني، أما مادة الاختبار فليست متعلقة بمنهاج مرحلة ما ولا ترتبط بمحتوى رياضي معين، لكنها ذات صبغة هندسية عامة (ملحق (٤)).

أ. بناء الاختبار:

قام الباحث ببناء اختبار التفكير الرياضي وفق الخطوات التالية:

١. تحديد مظاهر التفكير الرياضي المراد بناء الاختبار عليها.

٢. وضع عدد من الأسئلة على كل مظهر.

٣. استشارة المشرف بفقرات الاختبار حيث تم تعديل بعض فقرات الاختبار بناء على توجيهات المشرف.

٤. تثبيت (٥) فقرات على كل مظهر.

٥. عرض الاختبار على عدد من المحكمين لإبداء آرائهم وتوجيهاتهم.

ويوضح الجدول (٨) توزيع فقرات اختبار التفكير تبعاً لمظاهر التفكير الثمانية.

جدول (٨)

توزيع فقرات اختبار التفكير الرياضي تبعاً لمظاهر التفكير الثمانية

المظهر	الفقرات	عدد الفقرات
الاستقراء	٦، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦	٥
التعميم	٤، ٨، ٣٣، ٣٧، ٣٩	٥
التعبير بالرموز	٢، ١٠، ٢٧، ٣٠، ٤٠	٥
الاستنتاج	٧، ٩، ١٣، ١٨، ٢٨	٥
التخمين	١، ٣، ١٢، ١٧، ٣٩	٥
النمذجة	١١، ١٥، ٣١، ٣٢، ٣٤	٥
التفكير	٥، ١٤، ١٦، ٢١، ٣٥	٥
البرهان الرياضي	١٩, ٢٠, ٢٢، ٢٩، ٣٦	٥

ب- صدق الاختبار:

جرى التحقق من صدق الاختبار عن طريق عرضه على لجنة من الخبراء والمتخصصين في مجال تدريس الرياضيات موزعين كما يلي: أربعة أعضاء هيئة تدريس من الجامعات الأردنية، أربعة أعضاء من المشرفين التربويين لمادة الرياضيات، أربعة معلمين (ملحق (٢)). وقد طلب من كل محكم إبداء الرأي حول وضوح الفقرات والصياغة اللغوية ومدى انتماء الفقرة للمظهر ومدى مناسبتها لطلبة الصف العاشر، وأية ملحوظات أخرى، وقد أخذت مقترحاتهم بعين الاعتبار وأجريت التعديلات المناسبة طبقاً لذلك واعتبرت آراء المحكمين دليلاً على صدق محتوى الاختبار.

ج. ثبات الاختبار:

تم حساب معامل ثبات اختبار التفكير الرياضي المستخدم في الدراسة بعد تطبيقه على عينة استطلاعية من طلاب الصف العاشر، قبل إجراء التجربة وحسب معامل الثبات باستخدام معادلة كرونباخ ألفا، حيث بلغت قيمة الثبات (٠.٨٨) وقد عدت هذه القيمة مقبولة ودالة على ثبات الاختبار، وقد تبين من خلال العينة الاستاطلاعية أن الزمن المناسب للاختبار هو (٩٠) دقيقة وذلك عن طريق حساب متوسط الزمن لأسرع وأبطأ طالب.

د. تحليل فقرات الاختبار:

تم حساب الصعوبة والتمييز يدوياً لكل مسألة من مسائل اختبار التفكير الرياضي بعد تطبيقه على عينة استطلاعية من غير عينة الدراسة وتراوحت قيم الصعوبة ما بين (٠.٢٣ – ٠.٧٢)، وتراوحت قيم القة التمييزية ما بين (٠.١٠ – ٠.٦٦).

ويظهر الجدول (٩)قيم الصعوبة والتمييز لكل مسألة من مسائل اختبار التفكير الرياضي.

الجدول (٩)

الصعوبة والتمييز لفقرات اختبار التفكير الرياضي

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الصعوبة	٠.٧٢	٠.٣٤	٠.٣٧	٠.٥٢	٠.٦٧	٠.٥٧	٠.٣٤	٠.٥٢	٠.٣٧	٠.٥٥	٠.٤٩	٠.٦٠	٠.٢٣	٠.٦٨	٠.٦٤	٠.٦٦	٠.٦٧	٠.٥٧	٠.٦٢	٠.٤٦
التمييز	٠.٦٤	٠.٦٥	٠.٦٢	٠.١٨	٠.٢٢	٠.٥٥	٠.٥٤	٠.٥٨	٠.٥٢	٠.٥٥	٠.٦٠	٠.٦٢	٠.٦٤	٠.٤٤	٠.٦٦	٠.٧٤	٠.٦٦	٠.٥٢	٠.٥٢	٠.٥٢

رقم السؤال	٢١	١١	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
الصعوبة	٠.٦٦	٠.٦٥	٠.٦٧	٠.٦٣	٠.٦٣	٠.٦٦	٠.٧٥	٠.٦٢	٠.٦٤	٠.٦٣	٠.٦٣	٠.٧٢	٠.٦٧	٠.٦٤	٠.٧٥	٠.٥٢	٠.٥٥	٠.٦٠	٠.٦٧	٠.٦٤
التمييز	٠.٥٠	٠.٦٢	٠.٦٢	٠.٥٠	٠.٥٠	٠.١٠	٠.٦٤	٠.٦٧	٠.١٦	٠.٧٢	٠.٦٣	٠.٧٣	٠.٤٠	٠.٥٥	٠.٦٠	٠.٦٢	٠.٦٤	٠.٦٤	٠.٦٥	٠.٦٧

هـ. تصحيح الاختبار:

خصص الباحث لكل فقرة من فقرات الاختبار علامة واحدة، حيث كانت العلامة القصوى للاختبار (٤٠).

واعتمد في التصحيح على نموذج الإجابة لفقرات اختبار التفكير الرياضي (ملحق (٥)).

رابعاً: الاختبار التحصيلي في وحدتي الدائرة والمثلثات:

أ. بناء الاختبار

تم بناء الاختبار التحصيلي لقياس أداء طلبة الصف العاشر الأساسي في وحدتي الدائرة والمثلثات، حيث قام الباحث بعد تحديد الغرض من الاختبار، وتحديد المادة التعليمية بتحليل محتوى وحدتي الدائرة والمثلثات (ملحق (٦))، ملحق (٧)). ثم قام باشتقاق وتحديد الأهداف السلوكية لهاتين الوحدتين في ضوء مستويات بلوم المعرفية (ملحق (٨)، ملحق (٩)). ثم قام بعد ذلك بإعداد جدول المواصفات للاختبار التحصيلي وفق إعداد اختبارات التحصيل (ثورندايك وهيجن،١٩٨٦؛ أبو زينة، ١٩٩٨). وقد تم توزيع عدد الأهداف على دروس وحدتي الدائرة والمثلثات للصف العاشر وتم حساب نسبة تركيز كل مستوى حيث صنفت النواتج التعليمية في

دروس هاتين الوحدتين إلى (٢٥%) معرفة، (٢٥%) فهم، (٣٥%) تطبيق، و (١٥%) مستويات عقلية عليا. (ملحق (١٠)).

وتم حساب نسبة تركيز الحصص ونسبة تركيز الصفحات، وتم توزيع عدد الحصص وعدد الصفحات ونسب تركيز الصفحات والحصص على أجزاء المحتوى لوحدتي الدائرة والمثلثات وتم استخراج معدل التركيز للوحدتين فكان (٤٨%) لوحدة المثلثات، (٥٢%) لوحدة الدائرة (ملحق (١١)).

وعلى ضوء جدول المواصفات الذي تم بناؤه، تم كتابة فقرات الاختبار التحصيلي بما يتلائم وجدول المواصفات ويوضح الجدول (٩) توزيع عدد فقرات الاختبار التحصيلي على عناصر محتوى المادة التعليمية ومستويات بلوم المعرفية.

الجدول (٩)

جدول مواصفات الاختبار التحصيلي

الوحدة	المحتوى	مستوى المعرفة ٢٥%	مستوى الفهم ٢٥%	مستوى التطبيق ٣٥%	المستويات العليا تحليل، تركيب، تقويم ١٥%	المجموع
الثانية: الدائرة.	أوتار الدائرة الزاوية المركزية والزاوية المحيطة ١٨%	٢	٢	٣	١	٨
	مماسات الدائرة ١٢%	١	١	٢	١	٥
٥٢%	الزاوية المماسية الشكل الرباعي الدائري ٢٢%	٢	٢	٣	٢	٨
الخامسة : المثلثات	الزاوية والوضع القياسي لها. النسب المثلثية ١٢%	١	١	٢	–	٤
٤٨%	الجيب وجيب التمام والظل ضمن الدورة الكاملة، مساحة	٢	٢	٣	١	٨

	المثلث بدلالة طولا ضلعين فيه وجيب الزاوية المحصورة بينهما ١٢%					
	قانون الجيب قانون جيب التمام ١٥%	٢	٢	٢	١	٧
المجموع		١٠	١٠	١٥	٥	٤٠

وتكون الاختبار التحصيلي في صورته الأولية من (٤٠) بنداً اختبارياً منها (٢٢) بنداً لوحدة الدائرة و (١٨) بنداً لوحدة المثلثات، وخصص لكل بند علامة واحدة، حيث تم كتابة وتوزيع بنوده على نوعين من الأسئلة، الأول: موضوعي مكون من (٣٠) فقرة من نوع الاختبار من متعدد بأربعة بدائل يوجد بينها إجابة واحدة صحيحة، والثاني: مقالي مكون من مسألتين، الأولى وتتكون من (٥) بنود من وحدة الدائرة، والثانية من وحدة المثلثات وتتكون من (٥) بنود أيضاً. وتم استخراج عدد الأسئلة لكل جزء في المحتوى ضمن المستويات المعرفية وفق المعادلة: عدد الأسئلة = نسبة تركيز الوحدة × نسبة المستوى × عدد الأسئلة الكلي.

ب. صدق الاختبار:

تم التحقق من صدق المحتوى للاختبار التحصيلي من خلال عرض الأهداف وجدول المواصفات وفقرات الاختبار (بصورته الأولية) على عدد من أساتذة ومحاضرين في الجامعات الأردنية، ومشرفين تربويين، ومعلمين ومعلمات في المدارس الحكومية، ومدارس وكالة الغوث الدولية ومدارس القطاع الخاص من ذوي الخبرة في تدريس الرياضيات للصف العاشر موزعين كما يلي: أربعة أعضاء هيئة تدريس في الجامعات الأردنية، أربعة أعضاء من المشرفين التربويين لمادة الرياضيات، وأربعة من المعلمين. كما ضمت اللجنة عضو من إدارة الاختبارات في وزارة التربية والتعليم (ملحق (٢)). بهدف مراجعة وإعادة صياغة فقرات الاختبار، وإبداء

آرائهم حول الصيغة اللغوية لمفرداته، وإبداء ملاحظاتهم حول فقراته من حيث: وضوح أهدافه، ومدى شموليته، والصحة العلمية لفقراته وتمثيلها للمحتوى والأهداف المراد قياسها، بالإضافة إلى توزيع علامات الاختبار ومناسبة الفقرات لمستوى الطلاب، وملاءمة البدائل المقترحة لكل فقرة من فقراته، ومدى كفاية الوقت المحدد للاختبار، وإضافة أو حذف أو تعديل ما يلزم من فقراته، أو أية اقتراحات أخرى. وبعد جمع ملاحظات المحكمين، تم تعديل بعض الفقرات، وإعادة صياغة بعضها الآخر، لتصبح أكثر دقة، وبذلك أصبح عدد بنود الاختبار التحصيلي في صورته النهائية (٤٠) بنداً (الملحق (١٢)).

ج. ثبات الاختبار:

تم تطبيق الاختبار على عينة استطلاعية من طلبة الصف العاشر بلغ عدد طلابها (٤٠) طالباً من غير عينة الدراسة وكانت نتائج التطبيق على النحو التالي:

- بلغ متوسط زمن تطبيق الاختبار عن طريق حساب الزمن لأسرع وأبطأ طالب وحساب متوسط الزمن حيث بلغ (٩٠) دقيقة.
- حسب ثبات الاختبار باستخدام معادلة كورد – ريتشاردسون (KR-20) حيث بلغ معامل الثبات ٠.٩١ وتعد هذه القيمة مقبولة وتبرر استخدامه لأغراض الدراسة الحالية، مما يدعو للاطمئنان إلى نتائجها.

د. تحليل فقرات الاختبار:

تم حساب الصعوبة والتمييز يدوياً لكل فقرة من فقرات الاختبار التحصيلي، بعد تطبيقه على العينة الاستطلاعية وتراوحت قيم الصعوبة لفقرات الاختبار التحصيلي ما بين (٠.٢٥ – ٠.٨٠) وتتفق قيم الصعوبة لفقرات الاختبار التحصيلي مع قيم الصعوبة المرغوب فيها، التي يجب أن تقترب من (٠.٥٠) (جبر، ٢٠٠٦). وبناء على ذلك تم استبقاء جميع فقرات الاختبار.

وتم أيضاً حساب التمييز لكل فقرة من فقرات الاختبار التحصيلي وتراوحت قيم التمييز ما بين (٤٥-٠.٨٠)، وبناء على ذلك تم استبقاء البنود التي قيم تمييزها أعلى من (٠.٢٠)، فلم يتم حذف أي فقرة من فقرات الاختبار، ويبين الجدول (١٠) قيم الصعوبة والتمييز لكل فقرة من فقرات الاختبار التحصيلي في وحدتي الدائرة والمثلثات للصف العاشر الأساسي.

الجدول (١٠)

الصعوبة والتمييز لفقرات الاختبار التحصيلي في وحدتي الدائرة والمثلثات

رقم بند الاختبار	الصعوبة	التمييز
١	٠.٢٥	٠.٤٠
٢	٠.٦٠	٠.٤٠
٣	٠.٤٠	٠.٦٠
٤	٠.٤٥	٠.٦٠
٥	٠.٥٥	٠.٦٠
٦	٠.٦٠	٠.٦٠
٧	٠.٨٠	٠.٤٠
٨	٠.٦٥	٠.٤٥
٩	٠.٦٠	٠.٤٠
١٠	٠.٦٠	٠.٤٠
١١	٠.٤٥	٠.٥٦
١٢	٠.٢٠	٠.٦٠
١٣	٠.٥٠	٠.٨٠
١٤	٠.٥٥	٠.٨٠
١٥	٠.٨٠	٠.٤٠
١٦	٠.٢٥	٠.٥٦
١٧	٠.٤٥	٠.٦٤
١٨	٠.٥٥	٠.٨٠
١٩	٠.٦٠	٠.٨٠
٢٠	٠.٤٥	٠.٦٠
٢١	٠.٦٠	٠.٥٨
٢٢	٠.٥٥	٠.٦٠
٢٣	٠.٦٠	٠.٦٠
٢٤	٠.٥٥	٠.٨٠
٢٥	٠.٤٠	٠.٦٢
٢٦	٠.٣٥	٠.٦٠

٢٧	٠.٢٥	٠.٨٠
٢٨	٠.٤٠	٠.٦٠
٢٩	٠.٦٠	٠.٦٠
٣٠	٠.٥٥	٠.٤٠
٣١	٠.٤٠	٠.٦٠
٣٢	٠.٨٠	٠.٤٠

هـ. طريقة تصحيح الاختبار:

تم تصحيح إجابات الطلبة وفق الإجابة النموذجية للحل، حيث أعطيت علامة واحدة لكل فقرة من فقرات السؤال الأول و (١٠) علامات لفقرات السؤال الثاني، وبذلك تكون النهاية العظمى للاختبار هي (٤٠) علامة وقد تم تصحيح السؤال الأول بالاعتماد على مفتاح الإجابة للاختبار التحصيلي (الملحق (١٣)).

تصميم الدراسة:

نظراً لأن هذه الدراسة شبه تجريبية تحاول دراسة أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وعلى التفكير الرياضي والتحصيل في الرياضيات لدى طلبة الصف العاشر الأساسي فإنه يمكن تصنيف متغيرات الدراسة كما يلي:

١. المتغير المستقل:

ويمثل طريقة التدريس ولها مستويان:

- تدريب على استراتيجيات حل المسألة الهندسية ودراسة محتوى رياضي.
- دراسة محتوى رياضي .

٢- المتغيرات التابعة:

في الدراسة ثلاث متغيرات تابعة هي:

- القدرة على حل المسألة الهندسية.
- التفكير الرياضي .
- التحصيل في موضوع الهندسة.

ويبين الجدول (١١) التصميم شبه التجريبي للدراسة.

الجدول (١١)

التصميم شبه التجريبي المعتمد في الدراسة

تجريبية	١- تدريب على استراتيجيات حل المسألة الهندسية. ٢- دراسة محتوى رياضي.	اختبار تحصيلي	اختبار حل المسألة الهندسية	اختبار تفكير رياضي
ضابطة	دراسة محتوى رياضي			

ويوضح الشكل التالي التصميم المعتمد لهذه الدراسة

$$\begin{array}{ccccc} E & X_1 & O_1 & O_2 & O_3 \\ C & \_ & O_1 & O_2 & O_3 \end{array}$$

حيث أن:

E : المجموعة التجريبية

C : المجموعة الضابطة.

X_1 : المعالجة (الطريقة).

O_1: اختبار بعدي (التحصيلي)

O_2: اختبار بعدي (حل المسألة الهندسية)

O_3: اختبار بعدي (التفكير الرياضي)

وقد اعتمدت هذه الدراسة في تصميمها على علامة التحصيل القبلي لاداء المجموعتين التجريبية والضابطة وتم اعتبار التحصيل كمتغير قبلي للحكم على التكافؤ في المتغيرات الاخرى .

إجراءات تنفيذ الدراسة:

١) قام الباحث بعد حصوله على وثيقة رسمية من رئاسة الجامعة الأردنية بخصوص تسهيل مهمة البحث (ملحق (١٤))، بمراجعة وزارة التربية والتعليم من أجل الحصول على الموافقة لإجراء الدراسة في مديرية التربية والتعليم لمنطقة عمان الأولى. ولقد تم إطلاع السيد مدير البحث التربوي في وزارة التربية والتعليم على أدوات الدراسة التي تم إعدادها وأهمية الدراسة وأهدافها، حيث وافق مشكوراً على تطبيق أدوات الدراسة في المدارس التابعة لمديرية التربية والتعليم لمنطقة عمان الأولى (ملحق (١٥)). ولقد قام الباحث بزيارة مدير التربية والتعليم لمنطقة عمان الأولى من أجل تسهيل مهمة البحث وتحديد المدارس المشمولة في عينة الدراسة ومقابلة السيد مشرف الرياضيات في منطقة عمان الأولى، حيث وافق مشكوراً على تطبيق أدوات الدراسة على عينة من طلبة الصف العاشر الأساسي من المدارس التابعة للمديرية (ملحق (١٦)).

٢) بعد تحديد المدرستين المشمولتين بعينة الدراسة تمت زيارتهما والتحدث مع مديرالمدرسةومديرة المدرسة حول الدراسة وأهميتها وتبادل التعارف معهم من أجل تقديم التسهيلات اللازمة لإنجاح الدراسة.

٣) تم التحدث مع معلم ومعلمة الرياضيات في المدارستين المشمولتين بالدراسة عن أهمية الدراسة وغرضها بقصد التعاون والعمل على إنجاح الدراسة في بداية الفصل الدراسي الأول للعام ٢٠٠٦/٢٠٠٧.

٤) تم توزيع شعب كل مدرسة بالطريقة العشوائية إلى شعب ضابطة وشعب تجريبية، واستخدم اختبار (ت) للمقارنة بين الأوساط الحسابية لعلامات الطلبة في المجموعات الضابطة والتجريبية قبل إجراء التجربة، حيث اعتمدت علامات الطلبة في مادة الرياضيات في نهاية الفصل الدراسي الثاني من العام ٢٠٠٥/٢٠٠٦م للمقارنة بين هذه المجموعات، حيث لم تكن الفروق بين هذه الأوساط أي دلالة إحصائية ($\alpha = 0.05$) (الجدول (٣)، الجدول (٤)).

٥) لتحقيق غرض الدراسة ولكون المحتوى الهندسي المقرر تدريسه في الفصل الدراسي الأول من كتاب الرياضيات للصف العاشر ممثلاً بوحدة الدائرة فقط، تم الاتفاق مع ادارة المدرستين المشمولتين بعينة الدراسة أن يتم تقديم تدريس وحدة المثلثات في الفصل الدراسي الأول وتأخير تدريس الوحدة الثالثة المتعلقة بحل أنظمة المعادلات للفصل الدراسي الثاني، بذلك أصبح توقيت تدريس وحدة المثلثات لاحقاً لتوقيت تدريس وحدة الدائرة، الأمر الذي سهل على الباحث تناول وحدتين تمثلان المحتوى الهندسي من مادة الكتاب.

٦) تم تزويد معلم ومعلمة الرياضيات بالبرنامج التجريبي وإطلاعهم عليه ومناقشتهم بالاستراتيجيات والخطط الصفية والأمثلة المحلولة والتدريبات المتعلقة بالبرنامج كونها تمثل مسائل هندسية عامة غير روتينية لا ترتبط بمحتوى رياضي مباشر وذلك بهدف تدريب الطلبة على حل هذا النوع من المسائل.

٧) تم تزويد كل طالب وطالبة في المجموعات التجريبية بنسخاً من البرنامج التدريبي، وكانت هذه النسخ تسترد من الطلبة بعد الانتهاء من التدريب على كل استراتيجية وإعادتها مع بداية كل حصة تدريب، وهذا يضمن عدم إطلاع المجموعات الضابطة عليها.

٨) قام معلم ومعلمة الرياضيات بتدريب الطلبة على البرنامج التدريبي، وقد بدأت عملية التدريب في الأسبوع الأول من تشرين أول عام ٢٠٠٦م.

٩) استغرق اعطاء البرنامج التدريبي (١٨) حصة صفية ، بواقع حصتين لكل استراتيجية وكان هذا البرنامج مترافقاً مع اعطاء وحدتي الدائرة والمثلثات من كتاب الرياضيات للصف العاشر الاساسي.

١٠) تم الانتهاء من عملية التدريب على البرنامج التدريبي بتاريخ ٢٠٠٦/١٢/٧.

١١) قام الباحث بالإشراف على سير عملية التدريب على البرنامج على النحو الآتي:

- قام الباحث بزيارة للمدرستين والشعب المعنية بالتجربة حيث تم توضيح كل من مفهوم المسألة الهندسية، حل المسألة الهندسية،استراتيجيات حل المسألة، خطوات حل المسألة للطلبة وبحضور المعلمين.
- قام الباحث بتقديم المثال الأول على الاستراتيجية الأولى (استراتيجية البحث عن النمط)، حيث تم مراعاة خطوات حل المسألة أثناء العرض، وبعد ذلك قام الطلبة بحل تدريب على هذه الاستراتيجية وقد لاحظ الباحث إثارة واهتمام وتفاعل لدى الطلبة خلال عمليات الشرح والحل.
- زيارات متكررة من قبل الباحث للمدرستين المشمولتين بالدراسة لمعرفة أين وصلت عملية التدريب ومعرفة العراقيل والصعوبات التي تواجه عملية التدريب.
- بعد التأكد من انتهاء عملية التدريب وإنهاء وحدتي الدائرة والمثلثات، تم تطبيق الاختبار التحصيلي واختبار حل المسألة واختبار التفكير الرياضي من قبل الباحث نفسه في ثلاثة أيام

متتالية على جميع الشعب التجريبية والضابطة، بعد التنسيق مع المدارس وتحديد موعد لكل اختبار وبمساعدة المعلمين.

- تم تصحيح أوراق الإجابة لكل اختبار من الاختبارات الثلاثة وفرغت النتائج على جداول،وأدخلت إلى الحاسوب من أجل متابعة المعالجات الإحصائية باستخدام برنامج (SPSS) والإجابة على أسئلة الدراسة واستخراج النتائج.

المعالجة الإحصائية:

للإجابة عن أسئلة الدراسة، تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لأداء عينة الدراسة من المجموعتين التجريبية والضابطة واستخدم تحليل التباين المشترك (ANCOVA) لمعرفة أثر البرنامج التدريبي على المتغيرات التابعة من خلال المقارنات البعدية لدرجات أفراد الدراسة على الاختبارات الثلاثة (التحصيلي، حل المسألة الهندسية، التفكير الرياضي) ،حيث تم الاعتماد على علامة التحصيل القبلي كمؤشر على التكافؤ بين المجموعتين التجريبية والضابطة في حل المسالة والتفكير الرياضي .

الفصل الرابع

النتائـــــــــج

الفصل الرابع

النتائـــــج

هدفت الدراسة إلى معرفة أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية فـــي تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وعلى التفكير الرياضي، والتحصيل في الرياضيات لدى طلبة الصف العاشر الأساسي.

اجابت الدراسة عن الأسئلة الرئيسية التالية:

١) ما أثر البرنامج التدريبي في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية لـــدى طلبـــة الصف العاشر؟

٢) ما أثر البرنامج التدريبي في تنمية القدرة على التفكير الرياضي لدى طلبة الصـــف العاشر؟

٣) ما أثر البرنامج التدريبي على التحصيل في الرياضيات لدى طلبة الصف العاشر؟

وقد اشتملت الدراسة على الفرضيات التالية:

١- لا توجد فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في القدرة على حل المسألة الهندسية بين طلبـــة الصف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الذين لم يخضـــعوا للبرنامج التدريبي.

٢- لا توجد فروق جوهرية(α = ٠.٠٥) في القدرة على التفكير الرياضي بين طلبة الصـــف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

٣- لا توجد فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في التحصيل في الرياضيات بين طلبة الصف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

وسيتم عرض النتائج التي تم التوصل إليها كما يلي :

القسم الاول: نتائج الدراسة المتعلقة بالسؤال الاول .

القسم الثاني : نتائج الدراسة المتعلقة بالسؤال الثاني.

القسم الثالث : نتائج الدراسة المتعلقة بالسؤال الثالث.

القسم الأول: نتائج الدراسة المتعلقة بالسؤال الاول :

السؤال الاول : ما أثر البرنامج التدريبي في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية لدى طلبة الصف العاشر؟

قام الباحث بتنظيم علامات الطلبة على اختبار حل المسألة الهندسية في جداول تكرارية لعينة الدراسة بشكل عام، ولأفراد مجموعات الدراسة بشكل خاص.

ويبين الجدول (١٢) التوزيع التكراري لعلامات أفراد عينة الدراسة على اختبار حل المسألة الهندسية ولأفراد المجموعتين التجريبية والضابطة وللذكور والإناث.

الجدول (١٢)

التوزيع التكراري لعلامات أفراد عينة الدراسة على اختبار حل المسألة الهندسية بشكل عام ولأفراد المجموعتين التجريبية والضابطة للذكور والإناث

الفئات	التكرار الكلي	تكرار المجموعة التجريبية	تكرار المجموعة الضابطة	تكرار الذكور	تكرار الإناث
٠ – ٤	٦	٠	٦	٣	٣
٥ – ٩	٢٠	٠	٢٠	١٠	١٠
١٠ – ١٤	١٧	٣	١٤	٩	٨
١٥ – ١٩	٣١	٤	٢٧	١٤	١٧
٢٠ – ٢٤	١٩	١١	٨	١٠	٩
٢٥ – ٢٩	٢٣	٢١	٢	١٣	١٠
٣٠ – ٣٤	٢٣	٢٢	١	١٢	١٢
٣٥ – ٤٠	٢٠	١٩	١	٨	١١
المجموع	١٥٩	٨٠	٧٩	٧٩	٨٠

يظهر من الجدول (١٢) أن عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أقل من ٢٠ (٧٤) طالباً وطالبة، بينما بلغ عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أكثر من (٢٠) (٨٥) طالباً وطالبة، وأن عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أقل من (٢٠) في المجموعة التجريبية (٧) من الطلاب والطالبات، وفي المجموعة الضابطة (٦٧) طالباً وطالبة، علماً بأن العلامة القصوى للاختبار هي (٤٠)، بينما بلغ عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أكثر من ٢٠ في المجموعة التجريبية (٧٣) طالباً وطالبة، وفي المجموعة الضابطة (١٢) طالباً وطالبة، وأن عدد الطلاب الذين حصلوا على علامات أقل من ٢٠ (٣٦) طالباً، بينما بلغ عدد الطلاب الذين

حصلوا على علامات أكثر من ٢٠ (٤٣) طالباً. وأن عدد الطالبات اللـواتي حصـلن علـى علامات أقل من ٢٠ (٣٨) طالبة، بينما بلغ عدد الطالبات اللواتي حصلن على علامات أكثـر من ٢٠ (٤٢) طالبة. ويبين الجدول (١٣) الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية لأداء عينة الدراسة من طلبة الصف العاشر على اختبار حل المسألة الهندسية حسب المجموعة والجنس.

الجدول (١٣)

الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية لأداء عينة الدراسة من طلبة الصف العاشر على اختبار حل المسألة الهندسية حسب المجموعة والجنس

المجموعة	ذكور			إناث			ذكوراً وإناثاً معاً		
	العدد	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	العدد	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	العدد	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري
تجريبية	٤٠	٢٨.٨	٦.٢	٤٠	٣١.١	١٠.٣	٨٠	٣٠.١	٨.٥
ضابطة	٣٩	١٤.٥	٦.٨	٤٠	١٤.٨	٧	٧٩	١٤.٧	٦.٩
المجموع	٧٩	٢١.٨	٩.٧	٨٠	٢٣	١٢	١٥٩	٢٢.٤	١٠.٩

يبين الجدول (١٣) أن الوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة التجريبية كان (٣٠.١) والوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة الضابطة (١٤.٧) وبلغ الانحراف المعياري لعلامات طلبة المجموعة التجريبية (٨.٥)، في حين كان الانحراف المعياري لطلبة المجموعة الضابطة (٦.٩). ويظهر من الجدول كذلك أن الوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة التجريبية من الذكور (٢٨.٨)، والوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة الضابطة من الذكور (١٤.٥). وبلغ الانحراف المعياري لعلامات الذكور في المجموعة التجريبية (٦.٢)، في حين كان الانحراف المعياري لعلامات الذكور في المجموعة الضابطة (٦.٨). وأن الوسط الحسابي لعلامات الإناث في المجموعة التجريبية (٣١.١) في حين كان الوسط الحسابي لعلامات الإناث

في المجموعة الضابطة (١٤.٨) وأن الانحراف المعياري لعلامات الإناث في المجموعة التجريبية (١٠.٣)،

والانحراف المعياري لعلامات الإناث في المجموعة الضابطة (٧).

نصت الفرضية الأولى في هذه الدراسة والمتعلقة بأداء طلبة الصف العاشر على اختبار حل المسألة الهندسية على ما يلي:

لا توجد فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في القدرة على حل المسألة الهندسية بين طلبة الصف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

ولفحص هذه الفرضية تم استخدام تحليل التباين المشترك (ANCOVA) لمعرفة تباين علامات الطلاب على الاختبار. ويبين الجدول (١٤) نتائج تحليل التباين المشترك لعلامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار حل المسألة الهندسية.

الجدول (١٤)

تحليل التباين (ANCOVA) لنتائج طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار حل المسألة الهندسية

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة ف	مستوى الدلالة
التحصيل القبلي	٣٢٢٧.٣	١	٣٢٢٧.٤	٨١.٤	٠.٠٠
المجموعة	٩٠٥٠.٥	١	٩٠٥٠.٥	٢٢٨.٨	٠.٠٠
الخطأ	٦١٨٣	١٥٦	٣٩.٧		
المجموع الكلي	١٨٧٦٥.٩	١٥٨			

يظهر من الجدول (١٤) وجود فروق ذات دلالة احصائية بين نتائج طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار حل المسألة الهندسية، حيث وجدت دلالة احصائية (α=٠.٠٠) لقيمة (ف = ٢٢٨.٨) المتعلقة باثر البرنامج التدريبي (الطريقة) في تباين علامات الطلاب على اختبار حل المسالة الهندسية ، وهذا يقودنا الى رفض الفرضية الصفرية لان (٠.٠٠) اقل من (٠.٠٥) ، أي أن هناك فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في القدرة على حل المسألة الهندسية بين طلبة الصف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

ويبين الجدول(١٥) المتوسطات البعدية المعدلة للعلامات على اختبار حل المسالة الهندسية.

الجدول (١٥)

المتوسطات البعدية المعدلة لعلامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة

على اختبار حل المسألة الهندسية

المجموعة	المتوسط الخام	الانحراف المعياري	المتوسط المعدل	الخطأ المعياري
التجريبية	٣٠.١	٨.٥٠	٢٩.٨٩	٠.٧٠٤
الضابطة	١٤.٧٠	٦.٨٨	١٤.٧٩	٠.٧٠٨
المجموع	٢٢.٣٩	١٠.٨٩	٢٢.٣٤	٠.٤٩٩

يبين الجدول (١٥) وجود فروق جوهرية بين الوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة التجريبية والوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة الضابطة على اختبار حل المسألة الهندسية حيث بلغ الوسط الحسابي للمجموعة التجريبية (٢٩.٨٩) في حين بلغ الوسط الحسابي للمجموعة الضابطة (١٤.٧٠).

القسم الثاني: نتائج الدراسة المتعلقة بالسؤال الثاني :

السؤال الثاني : ما أثر البرنامج التدريبي في تنمية القدرة على التفكير الرياضي لـدى طلبـة الصف العاشر؟

قام الباحث بتنظيم علامات الطلبة على اختبار التفكير الرياضي في جـداول تكراريـة لعينة الدراسة بشكل عام، ولأفراد مجموعات الدراسة بشكل خاص، ويبين الجدول(١٦) التوزيع التكراري لعلامات أفراد عينة الدراسة على اختبار التفكير الرياضـي ولأفـراد المجمـوعتين التجريبية والضابطة وللذكور والإناث.

الجدول (١٦)

التوزيع التكراري لعلامات أفراد عينة الدراسة على اختبار التفكير الرياضي بشكل عام ولأفراد المجموعتين التجريبية والضابطة للذكور والإناث

الفئات	التكرار الكلي	تكرار المجموعة التجريبية	تكرار المجموعة الضابطة	تكرار الذكور	تكرار الإناث
٠ – ٤	٢	٠	٢	١	١
٥ – ٩	١٢	٠	١٢	٦	٦
١٠ – ١٤	١٠	٠	١٠	٥	٥
١٥ – ١٩	٤١	٥	٣٦	٢٠	٢١
٢٠ – ٢٤	١٨	١١	٧	٩	٩
٢٥ – ٢٩	٢٦	١٩	٧	١٣	١٣
٣٠ – ٣٤	٣٢	٢٩	٣	١٦	١٦
٣٥ – ٤٠	١٨	١٦	٢	٩	٩

المجموع	١٥٩	٨٠	٧٩	٧٩	٨٠

يظهر من الجدول(١٦) أن عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أقل من (٢٠) (٦٥) طالباً وطالبة، بينما بلغ عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أكثر من (٢٠) (٩٤) طالباً وطالبة، وأن عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أقل من (٢٠) في المجموعة التجريبية (٥) من الطلاب والطالبات، وفي المجموعة الضابطة (٦٠) طالباً وطالبة، علماً بأن العلامة القصوى للاختبار هي (٤٠)، بينما بلغ عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أكثر من ٢٠ في المجموعة التجريبية (٧٥) طالباً وطالبة، وفي المجموعة الضابطة (١٩) طالباوطالبة، وان عدد الطلاب الذين حصلوا على علامات اقل من (٢٠) (٣٢) طالباً ، بينما بلغ عدد الطلاب الذين حصلوا على علامات أكثر من (٢٠) (٤٧) طالباً. وأن عدد الطالبات اللواتي حصلن على علامات أقل من (٢٠) (٣٣) طالبة، بينما بلغ عدد الطالبات اللواتي حصلن على علامات أكثر من (٢٠) (٤٧) طالبة.

ويبين الجدول (١٧) الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية لأداء عينة الدراسة من طلبة الصف العاشر على اختبار التفكير الرياضي حسب المجموعة والجنس.

الجدول (١٧)

الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية لأداء عينة الدراسة من طلبة الصف العاشر على اختبار التفكير الرياضي حسب المجموعة والجنس

المجموعة	ذكور			إناث			ذكوراً وإناثاً معاً		
	العدد	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	العدد	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	العدد	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري
تجريبية	٤٠	٢٩.٩	٥.٤	٤٠	٢٩.٤	٦.١	٨٠	٢٩.٦	٥.٧
ضابطة	٣٩	١٧.٨	٧.٤	٤٠	١٨.٤	٧.١	٧٩	١٨.١	٧.٢

المجموع	٧٩	٢٣.٩	٨.٩	٨٠	٢٣.٩	٨.٦	١٥٩	٢٣.٩	٨.٧

يبين الجدول (١٧) أن الوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة التجريبية (٢٩.٦) والوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة الضابطة (١٨.١) وبلغ الانحراف المعياري لعلامات طلبة المجموعة التجريبية (٥.٧)، في حين كان الانحراف المعياري لطلبة المجموعة الضابطة (٧.٢). ويظهر من الجدول كذلك أن الوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة التجريبية من الذكور (٢٩.٩)، والوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة الضابطة من الذكور (١٧.٨). وبلغ الانحراف المعياري لعلامات الذكور في المجموعة التجريبية (٥.٤)، في حين كان الانحراف المعياري لعلامات الذكور في المجموعة الضابطة (٧.٤). وأن الوسط الحسابي لعلامات الإناث في المجموعة التجريبية (٢٩.٤) في حين كان الوسط الحسابي لعلامات الإناث في المجموعة الضابطة (١٨.٤) وأن الانحراف المعياري لعلامات الإناث في المجموعة التجريبية (٦.١)، والانحراف المعياري لعلامات الإناث في المجموعة الضابطة (٧.١).

نصت الفرضية الثانية في هذه الدراسة والمتعلقة بأداء طلبة الصف العاشر على اختبار التفكير الرياضي على ما يلي:

لا توجد فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في القدرة على التفكير الرياضي بين طلبة الصف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

ولفحص هذه الفرضية تم استخدام تحليل التباين المشترك (ANCOVA) لمعرفة تباين علامات الطلاب على اختبار التفكير الرياضي، ويبين الجدول (١٨) نتائج تحليل التباين المشترك لعلامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي.

الجدول (١٨)

تحليل التباين (ANCOVA) لنتائج طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة ف	مستوى الدلالة
التحصيل القبلي	٤٠٤٧.٣	١	٤٠٤٧.٣	٢٤٣.٨	٠.٠٠
المجموعة	٥٠٤٦.٩	١	٥٠٤٦.٩	٣٠١.٩	٠.٠٠
الخطأ	٢٦٠٧.٤	١٥٦	١٦.٧		
المجموع الكلي	١١٩٨٣.٤	١٥٨			

يظهر من الجدول (١٨) أن النتائج تشير إلى وجود فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) بين نتائج طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي، حيث وجدت دلالة احصائية (α=٠.٠١) لقيمة (ف = ٣٠١.٩) المتعلقة باثر البرنامج التدريبي (الطريقة) في تباين علامات الطلاب على اختبار التفكير الرياضي، وهذا يقودنا الى رفض الفرضية الصفرية لأن (٠.٠٠) أقل من (٠.٠٥) ،أي أن هناك فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في القدرة على التفكير الرياضي بين طلبة الصف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

ويبين الجدول (١٩) المتوسطات البعدية المعدلة لعلامات طلبة المجموعتين التجربية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي .

الجدول (١٩)

المتوسطات البعدية المعدلة لعلامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة

على اختبار التفكير الرياضي

المجموعة	المتوسط الخام	الانحراف المعياري	المتوسط المعدل	الخطأ المعياري
التجريبية	٢٩.٦	٥.٧	٢٨.٦	٠.٤٣٦
الضابطة	١٨.١	٧.٢	١٨.٢	٠.٤٦٠
المجموع	٢٣.٩	٨.٧	٢٣.٨	٠.٣٢٤

يبين الجدول (١٩) وجود فروق جوهرية بين الوسط الحسابي المعدل لعلامات طلبة المجموعة التجريبية والوسط الحسابي المعدل لعلامات طلبة المجموعة الضابطة على اختبار التفكيرالرياضي حيث بلغ الوسط الحسابي للمجموعة التجريبية (٢٩.٥) في حين بلغ الوسط الحسابي للمجموعة الضابطة (١٨.٢).

نتائج الدراسة المتعلقة بالسؤال الثالث :

السؤال الثالث: ما أثر البرنامج التدريبي على التحصيل في الرياضيات لدى طلبة الصف العاشر؟

قام الباحث بتنظيم علامات الطلبة على الاختبار التحصيلي في جداول تكرارية لعينة الدراسة بشكل عام، ولأفراد مجموعات الدراسة بشكل خاص، ويبين الجدول (٢٠) التوزيع التكراري لعلامات أفراد عينة الدراسة على اختبار التحصيل في الرياضيات ولأفراد المجموعتين التجريبية والضابطة وللذكور والإناث.

الجدول (٢٠)

التوزيع التكراري لعلامات أفراد عينة الدراسة على الاختبار التحصيلي بشكل عام ولأفراد المجموعتين التجريبية والضابطة للذكور والإناث

الفئات	التكرار الكلي	تكرار المجموعة التجريبية	تكرار المجموعة الضابطة	تكرار الذكور	تكرار الإناث
٠ – ٤	٢	٠	٢	١	١
٥ – ٩	٤	٠	٤	٢	٢
١٠ – ١٤	١٨	٢	١٦	٩	٩
١٥ – ١٩	١٦	٢	١٤	٨	٨
٢٠ – ٢٤	٣٠	١٠	٢٠	١٦	١٤
٢٥ – ٢٩	٣٨	٢٩	٩	٢٠	١٨
٣٠ – ٣٤	٣٤	٢٢	١٢	١٥	١٩
٣٥ – ٤٠	١٧	١٥	٢	٨	٩
المجموع	١٥٩	٨٠	٧٩	٧٩	٨٠

يظهر من الجدول (٢٠) أن عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أقل مـــن٢٠ (٧٤) طالباً وطالبة، بينما بلغ عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أكثر من (٢٠) (١١٩) طالبـــاً وطالبة، وأن عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أقل من (٢٠) في المجموعة التجريبية كان (٤) من الطلاب والطالبات وفي المجموعة الضابطة (٣٦) طالباً وطالبة، علماً بـــأن العلامـــة القصوى للاختبار هي (٤٠)، بينما بلغ عدد الطلبة الذين حصلوا على علامات أكثر من ٢٠ في المجموعة التجريبية (٧٦) طالباً وطالبة، وفي المجموعة الضابطة (٤٣) طالبا وطالبـــة ، وان عدد الطلاب الذين حصلوا على علامات اقل من ٢٠ (٢١) طالباً. بينما بلغ عدد الطلاب الذين

حصلوا على علامات اكثر من (٢٠) (٥٨) طالباً . وأن عدد الطالبات اللواتي حصلن على علامات أقل من ٢٠ (٢١) طالبة، بينما بلغ عدد الطالبات اللواتي حصلن على علامات أكثر من ٢٠ (٥٩) طالبة.

ويبين الجدول (٢١) الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية لأداء عينة الدراسة من طلبة الصف العاشر على اختبار حل المسألة الهندسية حسب المجموعة والجنس.

الجدول (٢١)

الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية لأداء عينة الدراسة من طلبة الصف العاشر على اختبار التحصيل حسب المجموعة والجنس

المجموعة	ذكور			إناث			ذكوراً وإناثاً معاً		
	العدد	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	العدد	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	العدد	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري
تجريبية	٤٠	٢٨.٤	٥.٨	٤٠	٢٩.١	٥.٨	٨٠	٢٨.٨	٥.٨
ضابطة	٣٩	٢٠.٢	٨.١	٤٠	٢٠.٧	٨.٠	٧٩	٢٠.٤	٨.٠
المجموع	٧٩	٢٤.٤	٨.١	٨٠	٢٤.٩	٨.١	١٥٩	٢٤.٦	٨.١

يبين الجدول (٢١) أن الوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة التجريبية (٢٨.٨). والوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة الضابطة (٢٠.٤) وبلغ الانحراف المعياري لعلامات طلبة المجموعة التجريبية (٥.٨)، في حين كان الانحراف المعياري لطلبة المجموعة الضابطة (٨.٠). ويظهر من الجدول كذلك أن الوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة التجريبية من الذكور (٢٨.٤)، والوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة الضابطة من الذكور (٢٠.٢). وبلغ الانحراف المعياري لعلامات الذكور في المجموعة التجريبية (٥.٨)، في حين كان الانحراف المعياري لعلامات الذكور في المجموعة الضابطة (٨.١). وأن الوسط الحسابي

لعلامات الإناث في المجموعة التجريبية (٢٩.١) في حين كان الوسط الحسابي لعلامات الإناث في المجموعة الضابطة (٢٠.٧) وأن الانحراف المعياري لعلامات الإناث في المجموعة التجريبية (٥.٨)، والانحراف المعياري لعلامات الإناث في المجموعة الضابطة (٨.٠).

نصت الفرضيةالثالثة في هذه الدراسة والمتعلقة بأداء طلبة الصف العاشر على اختبار التحصيل في الرياضيات على ما يلي:

لا توجد فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في التحصيل في الرياضيات بين طلبة الصف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

ولفحص هذه الفرضية تم استخدام تحليل التباين المشترك(ANCOVA) لمعرفة تباين علامات الطلاب على الاختبار التحصيلي، ويبين الجدول (٢٢) نتائج تحليل التباين المشترك لعلامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التحصيل.

الجدول (٢٢)

تحليل التباين (ANCOVA) لنتائج طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التحصيل

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة ف	مستوى الدلالة
التحصيل القبلي	٥٢٧٧.٨	١	٥٢٧٧.٨	٣٤٦.٦	٠.٠٠
المجموعة	٢٥٦٠.٧	١	٢٥٦٠.٧	١٦٨.١	٠.٠٠
الخطأ	٢٣٧٥.٤	١٥٦	١٥.٢		
المجموع الكلي	١٠٤٢١.١	١٥٨			

يظهر من الجدول (٢٢) أن النتائج تشير إلى وجود فروق ذات دلالة احصائية بين نتائج طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار التحصيل، حيث وجدت دلالة احصائية

(α =٠.٠٠) لقيمة (ف= ١٧٨.١) المتعلقة باثر البرنامج التدريبي (الطريقة) في تباين علامات الطلاب على الاختبار التحصيلي ، وهذا يقودنا الى رفض الفرضية الصفرية لأن (٠.٠٠) أقل من (٠.٠٥) ، أي أن هناك فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في التحصيل في الرياضيات بين طلبة الصف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

و يبين الجدول (٢٣) المتوسطات البعدية المعدلة لعلامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة في الاختبار التحصيلي.

الجدول (٢٣)

المتوسطات البعدية المعدلة لعلامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة

على اختبار التحصيل في الرياضيات

المجموعة	المتوسط الخام	الانحراف المعياري	المتوسط المعدل	الخطأ المعياري
التجريبية	٢٨.٢	٥.٨	٢٨.٦	٠.٤٣٦
الضابطة	٢٩.٤	٨.٠	٢٠.٦	٠.٤٣٩
المجموع	٢٤.٦	٨.١	٢٤.٦	٠.٣٠٩

يبين الجدول (٢٣) وجود فروق جوهرية بين الوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة التجريبية والوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعة الضابطة على اختبار التحصيل في الرياضيات حيث بلغ الوسط الحسابي للمجموعة التجريبية (٢٨.٦) في حين بلغ الوسط الحسابي للمجموعة الضابطة (٢٠.٦). لقد جاءت جميع الفروق لصالح المجموعات التجريبية التي تدربت على استراتيجيات حل المسألة بجانب دراسة المحتوى الرياضي وهذا يعني أنه يوجد أثر لتدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حلها لدى طلبة الصف العاشر.

الفصل الخامس

مناقشة النتائج

الفصل الخامس

مناقشة النتائـــــــج

هدفت الدراسة إلى معرفة أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية، وعلى التفكير الرياضي، والتحصيل في الرياضيات لدى طلبة الصف العاشر.

حيث طبقت على عينة مكونة من (١٥٩) طالباً وطالبة من الصف العاشر بواقع شعبتي عاشر من مدرسة للذكور ومدرسة للإناث. وزعت الشعبتان عشوائياً من كل مدرسة، واحدة تجريبية وواحدة ضابطة، يقوم على تدريسها نفس المدرس، وقد عدت هذه المجموعات متكافئة اعتماداً على تحصيل الطلبة السابق في الرياضيات في نهاية العام الدراسي للصف التاسع، واعتماداً على تكافؤ المدرسين الذين درسوا هذه المجموعات من حيث عدد سنوات الخبرة والمؤهل العلمي والدورات التدريبية التي حضروها، وقد تم تدريب الشعب التجريبية على استراتيجيات حل المسألة الهندسية بجانب دراستها لمحتوى رياضي، أما الشعب الضابطة فقد درست المحتوى الرياضي فقط.

وبعد الانتهاء من التجربة طبق على جميع الشعب التجريبية والضابطة اختبار حل المسألة الهندسية وقد تكون من (٨) مسائل مقالية، واختبار تحصيلي في الرياضيات مكون من (٣٠) فقرة من نوع اختبار من متعدد ومسألتين مقاليتين، واختبار التفكير الرياضي مكون من (٤٠) فقرة موزعة على (٨) مظاهر للتفكير لكل مظهر (٥) فقرات بعض هذه الفقرات موضوعية وبعضها ذات إجابة قصيرة.

ويتناول هذا الفصل مناقشة النتائج التي تم التوصل إليها في ضوء متغيرات الدراسة وتصميمها وكذلك في ضوء نتائج بعض الدراسات السابقة.

أولاً: مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الاول:

ما أثر البرنامج التدريبي في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية لدى طلبة الصف العاشر؟

نصت الفرضية المتعلقة بأداء طلبة الصف العاشر على اختبار حل المسألة الهندسية على ما يلي:

لا توجد فروق جوهرية (α = ٠,٠٥) في القدرة على حل المسألة الهندسية بين طلبة الصف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي والطلبة الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

أظهرت نتائج تحليل التباين المشترك (ANCOVA) لعلامات الطلاب في اختبار حل المسألة الهندسية وجود فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في القدرة على حل المسألة بين طلبة المجموعة التجريبية التي تدربت على استراتيجيات حل المسألة الهندسية ودرست المحتوى الرياضي من الصف العاشر وطلبة المجموعة الضابطة التي درست المحتوى الرياضي فقط من نفس الصف لصالح المجوعة التجريبية.واظهرت النتائج وجود فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) بين الوسط الحسابي المعدل لعلامات طلبة المجموعةالتجريبية التي تدربت على استراتيجيات حل المسألة الهندسية ودرست المحتوى الرياضي من الصف العاشر والوسط الحسابي المعدل لعلامات طلبة المجموعة الضابطة التي درست المحتوى الرياضي فقط من نفس الصف على اختبار حل المسألة الهندسية، فقد بلغ الوسط الحسابي للمجموعة التجريبية (٢٩.٩٨)، بينما بلغ الوسط الحسابي للمجموعة الضابطة (١٤.٧٩). وتقود نتيجة تحليل التباين المشترك (ANCOVA) إلى الاقتناع بأثر البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في

تحسين قدرة الطلبة على حل المسألة الهندسية حيث أظهرت تفوق طلبة المجموعات التجريبية في القدرة على حل المسألة الهندسية وهم الطلبة الذين تم تدريبهم على استراتيجيات حل المسألة الهندسية على طلبة المجموعات الضابطة الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي. وتتفق هذه النتيجة مع ما نادى به كل من لامبرت (Lampert, 1998)، (Cooney, 1975)، (أبو لوم، ٢٠٠٥)، على ضرورة تعليم الطلبة كيفية حل المسألة الهندسية وتدريبهم على استراتيجيات حلها.

كما تتفق مع معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) التي توضح أن دراسة الرياضيات ينبغي أن تؤكد على حل المسألة من خلال استخدام مهارات حل المسألة في فهم المحتوى الرياضي، صياغة مسائل منبثقة عن مواقف رياضية وحياتية، وتطبيق استراتيجيات لحل عدد كبير من المسائل وتطبيقها في مواقف حياتية والتحقق من صحة النتائج وتفسيرها.

كما تتفق هذه النتائج مع العديد من نتائج الدراسات السابقة التي أهتمت باستراتيجيات حل المسألة الهندسية في التدريس وأشارت إلى فعالية استخدامها في تنمية قدرة الطلبة على حل المسألة الهندسية:

(خشان، ٢٠٠٤؛ أبو راشد، ١٩٩٩؛الخطيب، ١٩٩٧؛ المسوري، ١٩٩٥؛عبد ، ٢٠٠٤؛الجمره، ١٩٩١؛ الإبراهيم، ٢٠٠١؛ حسن، ١٩٩٩).

(Ghunaym, 1986; Szetela, 1987;Mendoza, 1980; Xin,2003).

وتتعارض هذه الدراسة مع دراسة (Hall, 2002). التي أظهرت أنه لا يوجد أثر لتدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة في تنمية القدرة على حلها.

ويفسر الباحث هذه النتيجة بأنها تعود إلى فاعلية هـذه الاسـتراتيجيات لأن خطواتهـا واضحة ومتسلسة ومنظمة، وتوفر فرصاً لتعلم المفاهيم والمهارات الرياضية بطريقة ذات معنى، حيث تم تقديم مسائل وتدريبات تستثير اهتمام الطلبة وتدفعهم نحو البحث عن حلول لهـا، كمـا تؤكد الاستراتيجيات الدور الفاعل الإيجابي للطالب أثناء التعلم، وأن استخدام نموذج بوليـا فـي التعامل مع المواقف الرياضية ساعد الطلاب على مواجهة المواقف المختلفة بطريقـة منظمـة يمكنهم اتباع طريق واضح في مواجهة المواقف والمسائل الهندسية، حيث ترتكز خطوات نموذج بوليا على الفهم والتخطيط والتنفيذ والتقويم في مواجهة المسائل الهندسية. وهذه الخطوات الأربع تساعد الطالب على التعلم ومواجهة المواقف المختلفة بطريقة علمية منظمة بعيداً عن العشوائية وإصدار الأحكام المتسرعة بشأن المواقف والمسائل التي تواجهه، وكذلك فـإن قيـام الطالـب بممارسة الحل بنفسه أثناء عمليات التدريب تزيد من ثقته بنفسه وتثير الدافعية والحـافز لحـل مسائل أخرى، الامر الذي كان له دور كبير وفاعل في نمو قدرة الطلبة علـى حـل المسـائل الهندسية،وتتفق هذه مع وجهة نظر سكونفلد (schoenfled ,1979) الذي يرى ان على الطلبة ان يحلوا مسائل عديدة لكي تنمو لديهم القدرة علىالحل ، وان هذه القدرة على الحل تنمو بشكل تدريجي مع مرور الوقت. وتتفق أيضاً مع رأي (George, 1998) الـذي يـرى أن تـدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة الهندسية يجعل الطالب يألف مادة الرياضيات وتعطيه حل المسألة الفرصة التي تشعره بحلاوة الاكتشاف الرياضي.

وقد يعزى الأثر الإيجابي لطلبة المجموعات التجريبية في حل المسألة الهندسـية التـي خضعت للبرنامج التدريبي إلى الأسلوب الذي تم به تصميم البرنامج وطـرح الاسـتراتيجيات وعرض المسائل والتدريبات، حيث تم عرض مثالين محلولين وقام الطلبة بحل تدريبين على كل استراتيجية من استراتيجيات حل المسألة الهندسية، وهذه الأمثلة والتدريبات هي مسـائل غيـر

روتينية وقريبة من واقع حياة الطالب العملية، تم صياغتها بأسلوب واضح ومنظم بعيد عن الغموض، وهذا ساهم كثيراً في فهم الطالب للمسألة وتحديد أجزائها وإيجاد العلاقة بينها مما سهل الوصول إلى الحل، وقد قل اعتماد الطلبة على المعلم كلما تقدمت عمليات التدريب بحيث أصبح الطالب يعتمد على نفسه ويدفعه في ذلك التشويق والدافعية التي أثارتها هذه الاستراتيجيات، كما أن محاكمة المتعلم لخطوات حل المسألة الهندسية بطريقة ذاتية وممارسة حلها بنفسه للوصول إلى الحل وفقاً لهذه الخطوات ربما ساعده في تعميق استيعابه وفهمه لها، من خلال تحديد معطياتها والمطلوب منها وإدراك العلاقة بين معطيات المسألة والمطلوب منها ،وتحديد خطة الحل وتنفيذها استناداً إلى التعميمات الهندسية ذات الصلة بالمسألة، الأمر الذي ربما مكنه من استمرارية البحث والتقصي في كل خطوة مروراً بالخطوات اللاحقة، مما ساهم في زيادة اندماجه وتفاعله معها، وعزز ثقته بنفسه لإنجاز المهمات الفرعية للمسألة والتوصل إلى حلها، وهذا ربما أثر إيجابياً في قدرته على حل المسألة الهندسية وجعل دور المعلم الموجه والمرشد للطلبة. ويرى الباحث أن تدريب الطلبة على استراتيجيات حل المسألة قد كان له أثر كبير في تحسين قدرة طلبة المجموعات التجريبية التي خضعت للبرنامج التدريبي على اقتراح خطة الحل عند مواجهتهم بالمسائل الهندسية، فاستراتيجية رسم شكل يمثل معطيات المسألة ربما ساعدت الطلبة في فهم المسألة من خلال تصور عناصر الموقف (المسألة) والعلاقات التي تربط بين هذه العناصر، وكذلك تصور المطلوب في الموقف. واستراتيجية حل مسألة أسهل ساعدت الطلبة في التغلب على الصعوبات التي كانت تواجههم في اقتراح خطة مناسبة للحل، من خلال ربط الخبرات والمهارات السابقة بالموقف الذي يواجهونه وبالتالي فهي ساعدت على كسر الحاجز الذي يعوق تمكنهم من اقتراح خطة الحل المناسبة، وقد يكون لهذه الاستراتيجية الأثر الأكبر في مساعدة الطلاب على نقل خبرات التعلم إلى مواقف جديدة. أما استراتيجية التبرير

المنطقي فقد وفرت فرصاً للطلبة للتدرب على عمل استنتاجات منطقية وتعد أساسية في تعلم الرياضيات خصوصاً في المحتوى الهندسي. أما استراتيجية البحث عن نمط فقد وفرت فرصاً مناسبة للطلبة للتدرب على النظر إلى النموذج الهندسي المعروض للبحث بدقة عن وجود نمط تسير عليه كافة الحالات، وربما احتاج الطلبة عند استخدام هذه الاستراتيجية إلى استخدام استراتيجيات أخرى لنفس المسألة كاستراتيجية رسم شكل أو تكوين جدول أو عمل قائمة لتسهيل عملية البحث عن النمط. أما استراتيجية المثال المضاد فقد وفرت فرصاً مناسبة للطلبة لبيان خطأ تعميمات هندسية خاطئة من خلال إعطاء مثال مضاد واحد كفيل بأن يجعل العبارة المسورة تسويراً كلياً خاطئة. أما استراتيجية استخدام متغير فقد وفرت فرصاً مناسبة للطلبة للتدرب على عملية استخدام المجاهيل وتكوين المعادلات للتعبير عن العلاقات الموجودة في المسألة الهندسية لتسهيل الحل والخروج عن المألوف أحياناً.

ثانياً: مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني :

ما اثر البرنامج التدريبي في تنمية القدرة على التفكير الرياضي لدى طلبة العاشر؟

نصت الفرضية المتعلقة بأداء طلبة الصف العاشر على اختبار التفكير الرياضي على ما يلي:

لا توجد فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في القدرة على التفكير الرياضي بين طلبة الصف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي وطلبة الصف العاشر الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

أظهرت نتائج تحليل التباين المشترك (ANCOVA) لعلامات الطلاب في اختبار التفكير الرياضي وجود فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في القدرة على التفكير الرياضي بين طلبة المجموعة التجريبية التي تدربت على استراتيجيات حل المسألة الهندسية ودرست المحتوى الرياضي من الصف العاشر وطلبة المجموعة الضابطة التي درست المحتوى الرياضي فقط من

نفس الصف لصالح المجوعة التجريبية.واظهرت النتائج وجود فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) بين الوسط الحسابي المعدل لعلامات طلبة المجموعة التجريبية التي تدربت على استراتيجيات حل المسألة الهندسية ودرست المحتوى الرياضي من الصف العاشر والوسط الحسابي المعدل لعلامات طلبة المجموعة الضابطة التي درست المحتوى الرياضي فقط من نفس الصف على اختبار حل المسألة الهندسية، فقد بلغ الوسط الحسابي للمجموعة التجريبية (٢٩.٤٨)، بينما بلغ الوسط الحسابي للمجموعة الضابطة (١٨.٢٠).

تقود نتيجة تحليل التباين المشترك إلى الاقتناع بتأثير البرنامج التدريبي المصمم في تنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة، حيث أظهرت تفوق طلبة المجموعة التجريبية التي خضعوا للبرنامج التدريبي ودرسوا المحتوى الرياضي.

ويفسر الباحث هذه النتيجة بأنها تعود إلى الدور الذي لعبته استراتيجيات حل المسألة الهندسية التي احتواها البرنامج التدريبي في تنمية القدرة على التفكير الرياضي لدى طلبة المجموعة التجريبية الذي يمكن أن تنتقل إلى مواقف أخرى، حيث تداخلت هذه الاستراتيجيات مع مظاهر التفكير الرياضي وقام المعلمون بتعريف الطلبة بمظاهر التفكير الرياضي بطريقة غير مباشرة، من خلال التفاعل مع استراتيجيات حل المسألة الهندسية أثناء التدريب، فاستراتيجية البحث عن نمط ربما ساعدت الطلبة على النمذجة من خلال التمثيل الرياضي لعناصر المسألة ووضع العلاقات بينها في نسخة مثالية من ظاهرة معقدة، واستراتيجية عمل قائمة ربما ساعدت الطلبة على الاستنتاج من خلال الوصول إلى نتيجة خاصة اعتمادا على مبدأ عام أو مفروض، واستراتيجية حل مسألة أسهل ربما ساعدت على الاستقراء من خلال الوصول إلى الأحكام العامة اعتماداً على جزئيات من الحالة العامة، واستراتيجية استخدام متغير ربما ساعدت الطلبة على التعبير بالرموز من خلال استخدام المتغيرات والمجردات وليس من خلال

البيانات المحسوسة للمسألة الهندسية، واستراتيجية التبرير المنطقي ساعدتهم على التفكير المنطقي من خلال الانتقال من المعطيات إلى المطلوب مسترشدين بقواعد ومبادئ موضوعية، وكذلك فإن استراتيجيات البرهان المباشر وغير المباشر والمثال المضاد ربما ساعدت الطلبة على تقديم الدليل أو الحجة لبيان صحة عبارة هندسية تنبع من عبارات سابقة لها وساعدتهم على ممارسة أسلوب المجادلة ومقارعة الحجج وعرض الأدلة التي تقنع بصحة قضية ما.

وتتفق هذه النتيجة مع ما توصل إليه (عبد الحفيظ واسكندر، ١٩٩٣) التي أظهرت أن استخدام استراتيجيات حل المسألة الهندسية يساعد في تنمية التفكير الاستقرائي والاستدلالي وقدرة الطلبة على التعبير بالرموز وبينت أن استخدام استراتيجيات حل المسألة الهندسية في تدريب الطلبة لها أهميتها في تنمية مظاهر التفكير الرياضي ككل.

وتتفق كذلك مع نتائج الدراسات (الهزايمة، ٢٠٠٣، حسن، ١٩٩٩) التي بينت عن وجود علاقة ارتباط موجبة بين علامات الطلبة في اختبار القدرة على حل المسألة والقدرة على التفكير الرياضي وأكدت على أهمية استخدام استراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على التفكير الرياضي.

وتتعارض هذه النتيجة مع دراسة (Edward & Marcia, 1992) حيث لم يلمس الباحثان لدى الطلبة أي قدرة على التفكير الرياضي من خلال التفاعلات بين الطلبة والمعلمين في دروس الهندسة أثناء حل المسال الهندسية، وربما يعزى السبب في ذلك إلى اختلاف المكان والزمان والفئة المستهدفة في الدراسة وطريقة تدريب الطلبة.

وكذلك تتفق هذه النتيجة مع نتائج دراسة (عبد،٢٠٠٤).

(Summa, 1981;Hall ,2002)

التي أظهرت تغيراً إيجابياً في طرائق تدريس المعلمين نتيجة معرفتهم لطرق التفكير الرياضي عند الطلبة وتحسناً ملموساً في استخدام استراتيجيات حل المسألة الهندسية.

وتتعارض هذة النتيجة مع دراسة رمضان وعثمان(١٩٩٣) حيث لم تظهر نتيجة الدراسة اي تفوق للمجموعة التجريبية في التفكير الرياضي على المجموعة الضابطة، وربما يعزى السبب في ذلك الى ان الفترة الزمنية للتدريب كانت غير كافية.

وهذه النتيجة تؤكد ما جاء بوثيقة (NCTM, 1989) من أن تعرض الطلاب لخبرات عديدة متنوعة ومترابطة تشجعهم على إعطاء قيمة للرياضيات، وتنمية عادات عقلية رياضية مهمة وتقدير دور الرياضيات في الشؤون الإنسانية وتشجيع الطالب كذلك على الاكتشاف والتخمين وتكسبه ثقة بالنفس وقدرة على حل المشكلات، بل إن وثيقة (NCTM, 2000) اعتبرت أن التفكير الرياضي عادة عقلية يجب أن يتم تنميتها وأن تنميتها، تتم من خلال الاستخدام المستمر في سياقات عديدة ولا يكتفى بتدريس مساق لتعليم التفكير أو ما شابه ذلك.

ثالثاً: مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثالث :

ما اثر البرنامج التدريبي علىالتحصيل في الرياضيات لدى طلبة الصف العاشر ؟

نصت الفرضية المتعلقة بأداء طلبة الصف العاشر على اختبار التحصيل في الرياضيات على ما يلي:

لا توجد فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في التحصيل في الرياضيات بين طلبة الصف العاشر الذين خضعوا للبرنامج التدريبي والطلبة الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي.

أظهرت نتائج تحليل التباين المشترك (ANCOVA) لعلامات الطلاب في اختبار التحصيل وجود فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) في التحصيل بين الطلبة المجموعة التجريبية التي تدربت على استراتيجيات حل المسألة الهندسية ودرست المحتوى الرياضي من الصف العاشر

وطلبة المجموعة الضابطة التي درست المحتوى الرياضي فقط مـن نفـس الصـف لصـالح المجموعة التجريبية. واظهرت النتائج وجود فروق جوهرية (α = ٠.٠٥) بين الوسط الحسابي المعدل لعلامات طلبة المجموعة التجريبية التي تدربت على استراتيجيات حل المسألة الهندسية ودرست المحتوى الرياضي من الصف العاشر والوسـط الحسـابي المعـدل لعلامـات طلبـة المجموعة الضابطة التي درست المحتوى الرياضي فقط من نفس الصف على اختبار التحصيل في الرياضيات، فقد بلغ الوسط الحسابي للمجموعة التجريبية (٢٨.٦١) بينما بلغ الوسط الحسابي للمجموعة الضابطة (٢٠.٥٩). وتتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسـات التـي اهتمـت باستراتيجيات عامة أو خاصة لحل المسألة الهندسية وأشارت إلى فعالية استخدامها فـي رفـع مستوى تحصيل الطلبة في الهندسة.

(المسوري، ١٩٩٥؛الامام ، ٢٠٠١؛ إبراهيم، ٢٠٠٤؛ بلطيه وبهوت، ٢٠٠٢؛ العيسى، ٢٠٠٢).

وتتفق كذلك مع نتائج الدراسات:

(Summa, 1981; Mendoza, 1980; Xin, 2003;Nibbelink,1993) التي بينت أن تدريب الطلبة على استراتيجيات لحل المسألة الهندسية يزيد من تحصيل الطلبة في الهندسة. وتتفق مع دراسة (مقدادي، ١٩٨٨) التي بينت أن العناية بالمسألة الهندسية مـن حيـث تحديـد المعطيات والمطلوب ورسم الأشكال والبرهان يزيد من تحصيل الطلبة في الهندسة.

وتتفق كذلك مع نتيجة دراسة (Starmack, 1991) التي أظهرت أن تدريب الطلبة على تقنيات البرهان المباشر وغير المباشر ونقض الفرض والمثال المعاكس عندما يحلـون مسـائل معقدة له تأثير إيجابي في كل من فهم المسألة، واقتراح خطة الحل وتنفيذها وأن تعلـم الطلبـة تقنيات البرهان المطروحة حسنت من إمكانات الطلبة في حل المسائل الهندسية وزادت مستوى

تحصيلهم. ويفسر الباحث هذه النتيجة بأنها تعود إلى نوعية وعدد الاستراتيجيات الخاصة لحل المسألة الهندسية التي احتواها البرنامج، وتعود كذلك إلى علاقة هذه الاستراتيجيات بالهندسة، لقد تم تدريب الطلبة على (٩) استراتيجيات خاصة لحل المسألة الهندسية هي: البحث عن نمط، رسم شكل، حل مسألة أسهل، استخدام متغير، التبرير المنطقي، القائمة المنظمة، البرهان المباشر، البرهان غير المباشر، والمثال المضاد بجانب دراستهم لمحتوى رياضي في الهندسة الذي يمثله وحدتي الدائرة والمثلثات وقد أثر هذا التدريب تأثيراً واضحاً على تحصيل هؤلاء الطلبة في الهندسة، حيث تم اختيار هذه الاستراتيجيات لتناسب المحتوى الهندسي وتناسب مستوى الطلبة وقدراتهم الفردية، وقد زودت الطلبة بمهارات مكنتهم من التعامل مع مسائل البرهان ومسائل الإيجاد بطريقة منظمة، وقد تداخلت استراتيجيات البرهان المباشر والبرهان غير المباشر والمثال المضاد مع خطوات (بوليا) لحل المسألة الهندسية، فتحديد المعطيات والمطلوب الذي يمثل الخطوة الأولى يعد مهارة أساسية للتعامل مع مسائل البرهان الهندسية، ووضع خطة الحل يقابل اختيار استراتيجية البرهان المناسبة.

ويرى الباحث أن استخدام استراتيجية البرهان غير المباشر وتدريب الطلاب على استخدامها في مواجهة المسائل والمواقف الهندسية ربما ساعد الطلاب على إجراء محاكمة منطقية للمسألة للوصول إلى الحل والتي قد لا تؤدي استراتيجية البرهان المباشر للوصول إلى حلها. كما أن استخدام استراتيجية التبرير المنطقي وتدريب الطلاب على استخدامها ربما ساعدهم في تنظيم أفكارهم والسير في تنفيذ البرهان والانتقال بين خطوات البرهان بطريقة خطوة خطوة وكل منها مبررة بالخطوات السابقة بصورة منطقية. كما أن استراتيجية المثال المضاد وتدريب الطلاب على استخدامها ربما ساعدهم في هدم السور الكلي للتعميمات الهندسية الخاطئة من خلال تقديم مثال مضاد واحد لبيان خطأ هذه التعميمات.

إن الدور الذي لعبته هذه الاستراتيجيات انعكس إيجابياً على تحصيل طلبة المجموعة التجريبية في الهندسة، وكل ذلك ربما لم يكن متوفراً لطلبة المجموعة الضابطة الذين لم يخضعوا للبرنامج التدريبي ودرسوا المحتوى الرياضي فقط.

رابعاً: توصيات الدراسة:

استكمالاً للنتائج التي توصل إليها الباحث في هذه الدراسة فإنه يوصي بما يأتي لتحسين تحصيل الطلاب في الرياضيات وتنمية قدرتهم على حل المسألة الهندسية وتنمية قدرتهم على التفكير الرياضي:

١- ضرورة الاهتمام باستراتيجيات حل المسألة الهندسية في مناهج الرياضيات المدرسية وخصوصاً في المرحلة الأساسية العليا والمرحلة الثانوية من خلال الأسئلة غير الروتينية والتدريبات.

٢- زيادة اهتمام معلمي الرياضيات بتدريب الطلاب على استراتيجيات حل المسألة الهندسية.

٣- ضرورة الاهتمام بالتفكير الرياضي من خلال تدريب المعلمين على كيفية تدريس الرياضيات بطريقة تنمي التفكير الرياضي لدى الطلاب.

٤- إعداد برامج تدريبية للمعلمين من قبل إدارة التدريب والإشراف التربوي حول استراتيجيات حل المسألة الهندسية.

٥- ضرورة أن تحتوي مناهج الرياضيات المدرسية مواقف الإثارة التفكير الرياضي بحيث يتم توضيح كيفية تدريسها من خلال أدلة المعلمين.

٦- تضمين الاختبارات المدرسية مواقف رياضية تحتاج من الطالب مستوى عالٍ من التفكير لمعالجتها.

٧- ضرورة تنويع المعلمين في طريقة تدريسهم حيث أنه لا يوجد طريقة مثلى لتدريس جميـــع الموضوعات الرياضية دون غيرها.

٨- إجراء دراسات أخرى حول فعالية استخدام استراتيجيات حل المسألة الهندسية وأثر التدريب عليها في تحسين التحصيل في الرياضيات وتنمية التفكير الرياضي وتنمية القدرة على حل المسألة على مراحل دراسة أخرى.

المراجع

اولا :المراجع العربية

ابراهيم، أحمد عبد الله (٢٠٠٤). **أثر برنامج حاسوبي مصمم لتدريس الهندسة الفضائية لطلبة الصف العاشر الأساسي في تحصيلهم الدراسي وقدرتهم على البرهان**، رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة عمان العربية للدراسات العليا، عمان – الأردن.

إبراهيم، مجدي عزيز (١٩٨٥). **البرهان والمنطق**، ط (١)، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.

إبراهيم، مجدي عزيز (٢٠٠٠). **موسوعة المناهج التربوية**، القاهرة: مكتبة الإنجلو المصرية.

الإبراهيم، محمد (٢٠٠١). **مقدرة طلبة الصفين السابع والثامن الأساسي في التمثيل الجبري والهندسي للمسألة الرياضية اللفظية**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، اربد، الأردن.

أبو راشد، راسم مصطفى (١٩٩٩). **أثر استخدام استراتيجية معدلة لحل المسألة الهندسية على مقدرة طلبة الصف الثامن الأساسي لحل مسائل مشابهة لها في مدارس مدينة نابس الحكومية**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، اربد، الأردن.

أبو زينة، فريد (١٩٨٦). استراتيجيات التدرسيس الشائعة لدى معلمي الرياضيات في المرحلة الإعدادية، **أبحاث اليرموك**، اربد، الأردن، ٢ (٢)، ص ص (١١٩-١٤١).

أبو زينة، فريد (١٩٨٧). **الرياضيات مناهجها وأصول تدريسها**، (ط٣)، عمان: دار الفرقان للنشر والتوزيع.

أبو زينة، فريد (١٩٩٤). **مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها**، (ط١)، الكويت:مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.

أبو زينه، فريد وزغل، إيمان (٢٠٠٠) . تدريس الهندسة من خلال استراتيجية الاستقصاء لطلبة الصف السادس من مدرسة البكالوريا بعمان، **مشروع الرياضيات للحياة في القرن الحادي والعشرين** ص ص (٨-٢٠)، عمان: الأردن.

أبو زينه، فريد (١٩٨٦) . نمو القدرة على التفكير الرياضي عند الطلبة في مرحلة الدراسة الثانوية وما بعدها، **المجلة العربية للعلوم الإنسانية**، جامعة الكويت، ٦ (٣١)، ص ص (١٤٦-١٦٥).

أبو زينه، فريد (١٩٨٨) . **أساسيات القياس والتقويم في التربية**، ط(٢)، الكويت: مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.

أبو زينه، فريد (٢٠٠٣). **مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها**، ط (٢)، الإمارات العربية المتحدة، العين: مكتبة الفلاح.

أبو لوم، خالد (٢٠٠٢) . **الألعاب في تدريس الرياضيات**، ط(٢)، عمان: دار الفكر.

أبو لوم، خالد (٢٠٠٥). **الهندسة وأساليب تدريسها**، (ط١)، عمان: دار المسيرة للنشر والتوزيع.

ابو لوم،خالد (١٩٩٢). **اثر استخدام ثلاث استراتيجيات تعليمية في اكتساب المفاهيم الهندسية لدى طلبة الصف العاشر وانتقال اثرها واحتفاظهم بها**،رسالة ماجستير غير منشورة ،جامعة اليرموك،اربد ،الاردن

أبو يونس، إلياس (٢٠٠١). **فاعلية برنامج حاسوبي متعدد الوسائط لتدريس الهندسة في الصف الثاني الإعدادي**. رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة دمشق، سوريا.

أحمد شكري سيد (١٩٨٥). بناء برنامج لتدريب التلاميذ على حل المشكلات في الرياضيات، **المجلة التربوية**، الكويت: (٦)، ص ص (٥٥-٧٩).

الإمام، يوسف (٢٠٠١) . استخدام مدخل الإنشاءات الهندسية وحل المشكلات في تنمية الفهم ومهارات البرهان عند تلاميذ المرحلة الإعدادية، **مجلة تربويات الرياضيات**، كلية التربية ببنها، جامعة الزقازيق، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، (٦) ص ص (١٦٨-٢١١).

الأمين، إسماعيل (٢٠٠١). **طرق تدريس الرياضيات**، نظريات وتطبيقات، (ط١)، القاهرة:مدينة نصر، دار الفكر العربي.

الأنصاري، سامية لطفي (١٩٨٩). تكوين المفهوم المجرد، استراتيجياته وصعوباته. **الكتاب السنوي في علم النفس**، القاهرة، ٦ (٢)، ص ٢١٩.

بدوي، رمضان مسعد (٢٠٠٣). **استراتيجيات في تعليم وتقويم تعلم الرياضيات**، (ط١). عمان: دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع.

بل، فريدريك (١٩٨٦). **طرق تدريس الرياضيات**، الجزء الأول، (ط١)، ترجمة: محمد أمين المفتي وممدوح محمد سليمان، القاهرة: الدار العربية للنشر الأنجلو المصرية.

بلطيه، حسن وبهوت، عبد الجواد (٢٠٠٢) . فاعلية استخدام استراتيجية حل المشكلات في تنمية الارتباطات الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي، **مجلة تربويات الرياضيات**، كلية التربية ببنها، جامعة الزقازيق، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، (٦)، ص ص (٧٧-٩٦).

بطشون،جولييت(١٩٨٩).**اثر تدريب الطلبة على مهارات حل المسالة في تنمية قدرتهم على حل المسائل الرياضية**،رسالة ماجستيرغير منشورة ،الجامعة الاردنية،عمان.

بوليا، جورج (١٩٧٩). **البحث عن الحل**، ترجمة أحمد سعيدان. بيروت: منشورات دار الحياة، لبنان.

التل، سعيد وآخرون (١٩٩٣). **المرجع في مبادئ التربية**، (ط١)، عمان: دار الشروق والتوزيع.

ثورندايك، ر وهيجن، أ (١٨٩٦) . **القياس والتقويم في التربية وعلم النفس**، ترجمة: الكيلاني، عبد الله وعدس، عبد الرحمن، الأردن: مركز الكتب الأردني.

جبر، معين حسن (٢٠٠٦) . **فاعلية طريقة تدريس قائمة على استراتيجيات التعلم الذاتي الموجه لتدريس الهندسة في التحصيل وحل المسألة الهندسية واتجاهات الطلبة نحوها**، رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة عمان العربية للدراسات العليا، عمان، الأردن.

جروان، فتحي (١٩٩١) . **تعليم التفكير**، العين، الإمارات العربية المتحدة:دار الكتاب الجامعي.

الجمرة، محمد عيسى (١٩٩٢). **استراتيجية في حل المسألة الهندسية وأثرها في مقدرة الطلبة على حلها**. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، اربد.

حسن، محمود محمد (١٩٩٩). أثر استخدام طريقة حل المشكلات على التحصيل الدراسي والتفكير الرياضي لدى طلبة المرحلة المتوسطة بالمملكة العربية السعودية، **مجلة كلية التربية**، جامعة أسيوط، ١٥ (١)، ص ص (١٥-٤١).

خشان، أيمن (٢٠٠٤). **مدى توفر معيار حل المسألة في كتب الرياضيات المدرسية وتدريسها في الأردن في ضوء المعايير العالمية لمناهج الرياضيات للمرحلة الأساسية العليا**، رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة عمان العربية للدراسات العليا، عمان، الأردن.

خضر، نظلة (١٩٨٣). **أصول تدريس الرياضيات**، القاهرة: عالم الكتب، مصر.

الخطيب، تيسير (١٩٩٧) . **تحليل الاستراتيجيات المستخدمة في حل المسائل الهندسية عند ذوي التحصيل المرتفع قبل وبعد تدريسهم أربع استراتيجيات برهان رياضي**. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، اربد، الأردن.

الخطيب، تيسير (٢٠٠٦) . **فاعلية طريقة التدريس المستندة إلى النموذج الاستقصائي وحل المشكلات في التحصيل وتنمية مهارات البرهان الرياضي عند طلبة المرحلة الأساسية العليا**، رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة عمان العربية للدراسات العليا، عمان، الأردن.

الخطيب، خالد (٢٠٠٤) . **استقصاء فاعلية برنامج تدريبي لمعلمي الرياضيات في تنمية قدرة الطلبة في المرحلة الأساسية العليا على التفكير الرياضي والتحصيل في الرياضيات**، أطروحة دكتوراه غير منشورة، جامعة عمان العربية للدراسات العليا، عمان: الأردن.

خليفة، عبد السميع (١٩٩٩) . **تدريس الرياضيات في التعليم الأساسي**، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية، مصر.

خير الله، سيد (١٩٨١). **علم النفس التربوي**، (ط١) بيروت: دار النهضة العربية، لبنان.

داود، وديع مكسيموس وآخرون (١٩٨١). **تعليم وتعلم الرياضيات** القاهرة: دار الثقافة للطباعة والنشر، مصر.

سلامة، حسن علي (١٩٩٢) . صيغة موحدة لأهداف المواد الدراسية بمراحل التعليم العام في دول الخليج العربي، **المركز العربي للبحوث التربوية (حلقة نقاشية)**، المجلد الثاني (رياضيات، علوم)، الرياض، مطبعة مكتب التربية العربي، (ص ص ٨٩-٩٥).

سلامة، حسن علي (٢٠٠٥). **اتجاهات حديثة في تدريس الرياضيات**، (ط١)، القاهرة: دار الفجر للنشر والتوزيع.

السلطاني، عبد الحسين شاكر (٢٠٠٢). **أساليب تدريس الرياضيات**، (ط١)، عمان: مؤسسة الوراق للنشر والتوزيع.

السواعي، عثمان (٢٠٠٤). **تعليم الرياضيات للقرن الحادي والعشرين**، (ط١) دبي: دار القلم للنشر والتوزيع.

شوق، محمود أحمد (١٩٩٧). **الاتجاهات الحديثة في تدريس الرياضيات**، (ط١)، الرياض: دار المريخ للنشر.

الشيخ، عمرحسن (٢٠٠١). تقويم المناهج والكتب المدرسية: التقرير رقم (٥)، **سلسلة الدراسات التقويمية لبرنامج التطوير التربوي**، عمان: المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية.

عابد، عدنان والقواسمة، عبد الرحيم (١٩٨٩). **أساليب تدريس الرياضيات للمعلمين وطلاب الدبلوم والكليات**، (ط١)، عمان، المؤلفين.

عابد، عدنان والقواسمة، عبد الرحيم وراشد، محمد (١٩٩٣). **الرياضيات وطرائق تدريسها**، الجزء الأول: عمان: جامعة القدس المفتوحة، الأردن.

عبد الحفيظ، صلاح واسكندر، عايده (١٩٩٣) . أثر استخدام استراتيجية حل المشكلات في تنمية التفكير الرياضي لدى طلاب المرحلة الثانوية، **مجلة تربويات الرياضيات:** الجمعية المصرية لتربويات الرياضات، المجلد (٢).

عبد،ايمان رسمي (٢٠٠٤).**اثر استراتيجيتين تدريسيتين في الرياضيات قائمتين على الاستقصاء في التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف العاشر في الاردن**،رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة عمان العربية للدراسات العليا ، عمان

عبد الدايم، صلاح (١٩٩٩). فعالية نموذجي جانيية المعدل وفان هايل في اكتساب بعض جوانب التعلم وتنمية التفكير الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، **مجلة تربويات الرياضيات**، كلية التربية ببنها، جامعة الزقازيق، ٢ (٢)، ص ص (١٣٨-٢٣٠).

عبيد، وليم وخضر، نظلة وسليمان، ممدوح (١٩٨٩). **تربويات الرياضيات**، القاهرة، جامعة عين شمس.

عرسان، حسن ،(٢٠٠٣). **أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الرياضية في تنمية القدرة على حل المسألة الرياضية وعلى التحصيل في الرياضيات لدى طلبة المرحلة الأساسية.** رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة عمان العربية للدراسات العليا، عمان.

العطروني، محمد وأبو العباس، أحمد (١٩٨٦). **تدريس الرياضيات المعاصرة** بالمرحلة الابتدائية. (ط٢)، الكويت: دار القلم.

عكاشة، جمال وأسعد ، مصطفى وأبو عوض، حمادة وأبو علي، سمير (١٩٩٠). **تاريخ الرياضيات**، عمان: دار المستقبل للنشر والتوزيع.

علام، صلاح الدين (٢٠٠٢) . **القياس والتقويم التربوي والنفسي**، القاهرة: دار الفكر العربي.

عوض، عدنان محمد (١٩٨٨). **مبادئ هندسة أقليدس في المستوى وفي الفضاء**، ط (١)، عمان: دار الفرقان للنشر والتوزيع.

العيسى، نذير صبحي (٢٠٠٠). **فاعلية برنامج تدريس في خوارزميات البرهان في الهندسة المستوية**، رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة دمشق، سوريا.

الفريق الوطني لمبحث الرياضيات (١٩٩٠). **منهاج الرياضيات وخطوطه العريضة في مرحلة التعليم الأساسي**، ط(١)، عمان، المديرية العامة للمناهج وتقنيات التعليم.

الكرش، محمد أحمد (١٩٨٨) . دراسة تحليلية لبعض العوامل التربوية المؤدية إلى تدني التحصيل العلمي للطلاب في مادة الرياضيات بالمرحلة الثانوية في دولة قطر كما يراها المعلمون والطلاب. **مجلة مركز البحوث التربوية**، قطر، ٦، (١٤)، ص ص (٦٣-٨٣).

ماسلوفا، ح.ح، (١٩٨٥). تطوير تدريس الرياضيات في الاتحاد السوفيتي، عدنان أفرام (مترجم)، **المجلة العربية للتربية**، المنظمة العربية للثقافة والعلوم، تونس: ٥(١)، ص ص (٩٥-١٠٢).

المساد، محمود وشطناوي، فاضل وغرايبه شاديه (٢٠٠٢). أدلة إرشادية لمعلمي الرياضيات: لمعالجة أخطاء التعلم في ضوء نتائجهم على أسئلة الدراسة الدولية في الرياضيات والعلوم **(TIMSS-R)**، عمان:المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية.

المسوري، محمد (١٩٩٥). **استراتيجية مقترحة لحل المسألة الهندسية وأثرها في مقدرة طلبة الصف التاسع في الجمهورية اليمنية على حل هذه المسألة**. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، اربد.

مصطفى، أحمد (١٩٨٨) . **أثر متغيرين بنائيين في صياغة المسائل الهندسية في مقدرة الطلبة في الصف الثاني الإعدادي على حلهم للمسائل الهندسية**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، اربد، الأردن.

المغيرة، عبد الله (١٩٨٩). **طرق تدريس الرياضيات**، (ط١)، المملكة العربية السعودية: جامعة الملك سعود، عمادة شؤون الطلبة.

الهزايمة،عبد النور(٢٠٠٣) **اثر استراتيجية الاستقصاء الموجه في تدريس الهندسة على التحصيل وتنمية التفكير لدى طلبة المرحلة الاساسية في الاردن** ،اطروحة دكتوراه غير منشورة،جامعة عمان العربية للدراسات العليا ، الاردن

الهمشري، فهمي جبر (٢٠٠٥) . **فعالية استخدام استراتيجية حل المشكلات في تدريس الهندسة في التحصيل وتنمية التفكير الهندسي لدى طلبة الصف العاشر الاساسي في الاردن** ، رسالة دكتوراه غير منشورة ، جامعة عمان العربية للدراسات العليا عمان .

وزارة التربية والتعليم (٢٠٠٤) . **نتائج الاختبارات الوطنية** (ضبط نوعية التعليم، أدائية، تشخيصية) للعام الدراسي (٢٠٠٣-٢٠٠٤)، عمان: الأردن.

وزارة التربية والتعليم (٢٠٠٥) . **الإطار العام والنتاجات العامة والخاصة لمبحث الرياضيات لمرحلتي التعليم الأساسي والثانوي**. (ط١)، عمان، إدارة المناهج والكتب المدرسية.

وزارة التربية والتعليم (٢٠٠٥) . **الرياضيات**، الصف العاشر. (ط١)، عمان الأردن.

ياسين، عادل عبد الكريم (١٩٨٤). **فضاء المعرفة**، منهجية خوارزمية لتطوير تعليم وتعلم الرياضيات، (ط١)، الكويت، مؤسسة الكويت للتقدم العلمي، إدارة التأليف والترجمة.

ثانيا: المراجع الأجنبية

Artzand, A., Amour, S. and Thomas, E. (1992). **Development of a cognitive** - Meta cognitive from work for protocol Analysis of Mathematical problem Solving in small Group, Cognition and Instruction , 9 (2), (137-175).

Barb, C. and Quinn, A.L. (2003).Prob1em solving does not have to be a problem. **Epsco publishing, http :www.search.epnet.com**

Barb, Cynthia, and Guinn, Anne Larson. (1997**).** Problem solving Does **not** have to be a problem**. The Mathematics Teacher**, 90(7) ,(536-542).

Bodner, G.M. and Mcmillan, T.L.B. (1986). Cognitive restructuring as an early stage in problem solving. **Journal of Research In Science Teaching**, 23(8), (727-737).

Bottege, B.A. (2002). Reconceptualizing problem solving for low-achieving students. **Epsco Publishing, http:www.search.epent.com**

Brown, S, Walter, M. (1983). **The art of problem posing.** Philadelphia (PA): Franklin Institute press.

Carroll, C. (1977). The relative effectiveness of three geometric proof construction strategies. **Journal for Research in Mathematics Education**,8(1), (62-80).

Charles, and et al. (1998**), Middle School Math Course (1)** . Scott Foresman , Addison - Wesley .

Cooney, T.J., Davis, E., and Henderson, K.B. (1975), **Dynamics of Teaching secondary school Mathematics**. Boston: Houghton Mifflin company.

Duren, P. and April, Cherrington. (1992). The effects of cooperative group work versus independent practice on the learning of some problem solving strategies. **School Science and Mathematics**, 92 (2),(80-82).

Edward, A. and Marcia. T. (1992). **A problem - Solving Inquiry - Oriented Approach to Learning Mathematics**: Students /Teacher Interactions at Rule- Based Learners.DAI.62: 2995-A.

George , G. (1988). **Problem Solving the thiral dimension in mathematics teaching The Reading Teacher**, 38 (6) ,(504 - 507).

Ghunaym , G . (1986). **An investigation of the effect of instruction in the structure of problem solving strategies on student's performance**. DAI , 46(9), 2605-A.

Glassier. (1986). The Crisis of Geometry teaching studies in mathematics education. **UNESECO**, (5). France.

Hall, L.K. (2002**). Problem-solving strategies of middle school students** : **An analysis of gender differences and thinking in high- achieving students** . UMI proudest Digital Dissertations - 24 page preview,

Jacson, K.F (1977**). The art of solving problems, form the seires of teach your self books.** London: The Chaucer press.

Krulik, Stephen and Rudnick, Jesse A. (1982). Teaching problem solving to preserves, teachers**. Arithmetic Teacher**, 29(6), (42 - 45).

Lampert , M. (1990). When the problem is not the Question and the Solution is not the answer. Mathematical knowing and Teaching, **Educational Research Journal**, 27 (1), (29-39).

Lester, F.K. (1981). Research on Mathematical Problem Solving**.** Research in Mathematics education **NCTM Yearbook,** (286--323).

Lester, F.K. (1994). Musing About Mathematical Problem - Solving Research : 1970-1994**. Journal for Research in Mathematics Education**, 25(5),(110 -123).

Martinez, M.E. (2003). What is problem solving?. **EBSCO Publishing, http:www.search.epnet.com.**

Matsuda, Noboru. (2005): **The impact of different proof strategies on learning geometry theorem proving,** DAI-B 65/12. p. 6478, Jun 2005.

Mendoza, L. (1980). The effect of teaching heuristics on the solve novel mathematics problems, **The Journal of Educational Research**.73,(139-144).

Merril, M.D, Tennyson, RD. (1977). Concept Teaching: An Instructional Desigin Guide. Englewood cliffs, NJ, **Educational Technology.**

Musser, G.L.& Burger ,W.F.(1988**). Mathematics for Elementary Teachers a contemporary a pproach.** New York Macnullan Publishing Company .

National Council of teachers of mathematics (**NCTM**).(2000). Principles and Standard for School Mathematics. Reston, **Va.: NCTM**.

National Council of teachers of mathematics (NCTM). (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, Reston, **Va**.: **NCTM.**

National Council of teachers of mathematics (NCTM). (1980). An agenda for action **:** Recommendations for School Mathematics of the 1980s. Reston**, Va.: NCTM.**

Nibbilink, W., Gerig, J. and Hoover, H. (1993). The effect of print size on achievement in mathematics problem solving. **School Science and Mathematics**, 93(10).(20 -22).

Posamentier, A. S and schulz, w. (1996**). The art of problem solving, A resource for the mathematics teacher**, corwin press, inc asage publications company thousand osks, California.

Post, T.R, Brenman, M.L. (1976) An experimental study of the effectiveness of a formal versus an informal presentation of A General heuristic process on problem solving tenth-Grade Geometry**; Research in Mathematics education,** 37 (3), (28-64).

Raquel Andrea, July, (2001). **Thinking in three dimensions**: exploring students geometric thinking and spatial ability with the geometer's sketcchped, D.A.I, 62 (6), (2060) .

Scandura, Joseph, M. (1978). **Problem solving, A structural process approach with instructional implication.** New Your: Academic, Press Inc.

Schoenfeld, Alan H. (1994). **Mathematical Thinking and problem solving**, Lawrence Evibaum Associates, puplishers Hillsdule, New Jersey Hove, UK.

Schonfeld, Alan. (1979). Explicit heuristic training as a variable in a-problem solving performance. **Journal for Research m Mathematics Education.** 10(3),(173-187).

Stiff, L.V. (1988). Problem solving by example. **School Science and Mathematics,** 88 (8),(666-675).

Sweller, J. (1990). On the limited evidence for the effectiveness of teaching general problem solving strategies. **Journal for research in mathematics education**, 21 (5),(411-415).

Szetela, W.& Super, D. (1987). Calculators and instruction in problem solving in grade (7). **Journal for Research in Mathematics Education** ,18(3),(215-229).

Szetla, W. and Cynthia, N.(1992).Evaluating problem solving in mathematics**. Journal of Educational Leadership**, may ,(42-45).

Travers, K. J, Pikaart, L., Suydam, M.N.,. (1977). **Mathematics teaching**, New York: Harper and Row Publishers, Inc.

Van De Walle, J.A. (1994). **Elementary school Mathematics:** Teaching Developmentally, (2^n ED). New York: Longman.

Wheatley. C. (1980). Calculator use and problem solving performance. **Journal for research in mathematics education.** Vol (11), (264-279).

Xin, Yan Ping (2003). **A comparison of two instructional Approaches on Mathematic word Problem Solving by Students With Learning Problems**. DAI, AI-A63/12, P.4276.

الملاحــق

ملحق (١)

البرنامج التدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية

يشتمل البرنامج التدريبي على استراتيجيات حل المسالة الهندسية التالية :

- **استراتيجية البحث عن نمط .**
- **استراتيجية رسم شكل .**
- **استراتيجية حل مسالة اسهل.**
- **استراتيجية استخدام متغير .**
- **استراتيجية التبرير المنطقي.**
- **استراتيجية القائمة المنظمة .**
- **استراتيجية البرهان المباشر.**
- **استراتيجية البرهان غير المباشر.**
- **استراتيجية المثال المضاد.**

استراتيجية البحث عن نمط

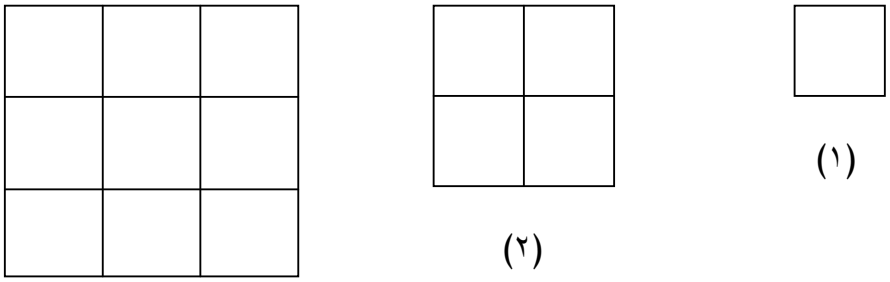
عند استخدام هذه الاستراتيجية فإن على الطالب أن يبحث بدقة عن وجود نمط في المعلومات المعطاة لاكتشاف قاعدة ما، وعليه أن ينظر إلى النموذج المعروض للبحث عن وجود نمط تسير عليه كافة الحالات ثم تستخدم هذه القاعدة لإيجاد الجواب، وكثيراً ما يحتاج الطالب عند استخدام هذه الاستراتيجية إلى تكوين جدول أو قائمة لتسهيل عملية البحث عن النمط.

الخطة الصفية:

النتاجات المتعلقة بالاستراتيجية	-أن يتعرف الطالب استراتيجية البحث عن نمط وسير العمل بها. -أن يستخدم الطالب استراتيجية البحث عن نمط في اكتشاف القاعدة التي يسير عليها النمط في المسائل الهندسية.
أساليب التدرب على الاستراتيجية	-يعرض المعلم مثالين محلولين على نماذج هندسية تشكل نمط. -يراعي المعلم خطوات حل المسألة ويستخدم استراتيجية البحث عن نمط عند الوصول لخطة الحل. -ينفذ الطالب حل مثالين بشكل فردي ويطلب منه مراعاة خطوات حل المسألة أثناء الحل، ويتأكد المعلم من أن الطالب توصل إلى النمط.
أساليب التقويم	-ملاحظة المعلم حلول الطلبة، يتأكد من سلامة حلهم ويصوب الأخطاء التي يمكن أن ترد في حلهم. - طرح اسئلة أثناء عرض الأمثلة.

	– طرح اسئلة أثناء مناقشة التدريبات.
ملاحظات	–يعرض المعلم الأمثلة خلال الحصة الأولى. –ينفذ الطلبة التدريبات خلال الحصة الثانية.

مثال (١): إذا كان الشكل رقم (١) يمثل مربع من النوع ١ × ١ والشكل (٢) يمثل مربع من النوع ٢ × ٢ والشكل (٣) يمثل مربع من النوع ٣ × ٣.



(١) (٢) (٣)

جد علاقة تحسب بها عدد المربعات في مربع من النوع (ن × ن).

ثم جد علاقة تحسب بها عدد المستطيلات في مربع من النوع (ن × ن).

فهم المسألة:

- **قراءة المسألة:** وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- **المعطيات:** الشكل الأول من النوع (١ × ١) وحدة.

  والشكل الثاني من النوع (٢ × ٢) وحدة.

- **المطلوب:**

إيجاد علاقة تحسب بها عدد المربعات التي يمكن الحصول عليها من مربع من النوع (ن × ن).

وإيجاد علاقة تحسب بها عدد المستطيلات التي يمكن الحصول عليها من مربع من النوع (ن×ن).

خطة الحل:

لحل هذه المسألة نستخدم استراتيجية البحث عن نمط بين الأعداد الواردة في المسألة حيث أن:

عدد المربعات في مربع من النوع ١×١ = ١ = $(١)^{٢}$

عدد المربعات في مربع من النوع ٢×٢ = ٥ = $(٢)^{٢}$ + ١

عدد المربعات في مربع من النوع ٣×٣ = ١٤ = $(٣)^{٢}$ + $(٢)^{٢}$ + ١

عدد المربعات في مربعه من النوع ٤×٤ = ٣٠ = $(٤)^{٢}$ + $(٣)^{٢}$ + $(٢)^{٢}$ + $(١)^{٢}$

وكذلك:

عدد المستطيلات في مربع من النوع ١×١ = ١ = $(١)^{٣}$

عدد المستطيلات في مربع من النوع ٢×٢ = ٩ = $(٢)^{٣}$ + $(١)^{٣}$

عدد المستطيلات في مربع من النوع ٣×٣ = ٣٦ = $(٣)^{٣}$ + $(٢)^{٣}$ + $(١)^{٣}$

عدد المستطيلات في مربع من النوع ٤×٤ = ١٠٠ = $(٤)^{٣}$ + $(٣)^{٣}$ + $(٢)^{٣}$ + $(١)^{٣}$

ويمكن ملاحظة نمط معين من خلال هذه الأعداد.

تنفيذ الحل:

عدد المربعات من النوع ١×١ = $(١)^{٢}$

عدد المربعات من النوع ٢×٢ = $(٢)^{٢}$ + ١

عدد المربعات من النوع ٦×٦ = $(٦)^{٢}$ + $(٥)^{٢}$ + $(٤)^{٢}$ + $(٣)^{٢}$ + $(٢)^{٢}$ + $(١)^{٢}$

وهكذا:

إذن عدد المربعات من النوع ن × ن = $ن^{٢}$ + $(ن-١)^{٢}$ + $(ن - ٢)^{٢}$ +٠٠٠ + $٢^{٢}$ + $١^{٢}$

وكذلك:

عدد المستطيلات من النوع ١×١ = $(١)^{٣}$

عدد المستطيلات من النوع ٢×٢ = $(٢)^{٣}$ + $(١)^{٣}$

عدد المربعات من النوع ٦×٦ = $(٥)^{٣}$ + $(٤)^{٣}$ + $(٣)^{٣}$ + $(٢)^{٣}$ + $(١)^{٣}$

إذن عدد المستطيلات في مربع من النوع ن × ن =

ن٣ + (ن – ١)٣ + (ن – ٢)٣ +...+ $٢^{٣}$ + $١^{٣}$

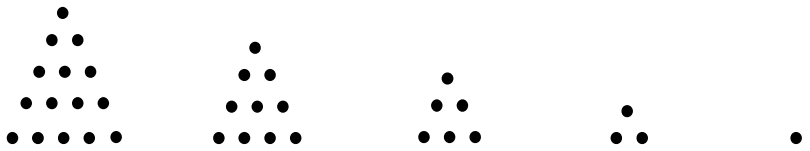
مراجعة الحل:

هل الحل معقول؟ نعم معقول لأن الناتج من تطبيق العلاقة نجد، نفسه عند القيام بالعد المباشر للمربعات.

ويمكن حل هذه المسألة باستخدام استراتيجية تكوين جدول.

مثال (٢):

انظر إلى الشكل



١٥ ١٠ ٦ ٣ ١

تسمى الأعداد ١، ٣، ٦، ١٠، ١٥ الأعداد المثلثية لأن تمثيلها يكون على شكل مثلث، ما العدداد المثلثان التاليان وجد قاعدة للعدد المثلثي النوني (عدد النقاط القاعدة = ن)؟

فهم المسألة:

- **قراءة المسألة:** وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- المعطيات: العدد المثلثي الأول = ١ ، العدد المثلثي الثاني = ٣

  العدد المثلثي الثالث = ٦ ، العدد المثلثي الرابع = ١٠
- **المطلوب:** إيجاد قاعدة للعدد المثلثي النوني حيث ن عدد نقاط القاعدة والعدد المثلثي هو عدد النقاط التي تكون المثلث.

خطة الحل:

لحل هذه المسألة نستخدم استراتيجية البحث عن نمط بين عدد نقاط القاعدة وعدد النقط المكونة للعدد المثلثي حيث أن:

مجموع نقط المثلث الأول = $(١)^{٢}$

مجموع نقط المثلث الثاني = ٣ = $\frac{٢\ (٢+١)}{٢}$

مجموع نقط المثلث الثالث = ٦ = $\frac{٣\ (٣+١)}{٢}$

مجموع نقط المثلث الرابع = ١٠ = $\frac{٤\ (٤+١)}{٢}$

مجموع نقط المثلث الخامس = ١٥ = $\frac{٥\ (٥+١)}{٢}$

ويمكن ملاحظة نمط معين من خلال هذه الأعداد وهو أن العدد المثلثي = عدد نقاط القاعدة × عدد نقاط القاعدة مضافاً إليها واحد مقسوماً على العدد ٢.

تنفيذ الحل:

مجموع النقط في المثلث الأول = $(١)^{٢}$

مجموع النقط في المثلث الثاني = ٦

مجموع النقط في المثلث العاشر = ٥٥

إذن العدد المثلثي = $\frac{ن\ (ن+١)}{٢}$ حيث أن ن عدد نقاط القاعدة.

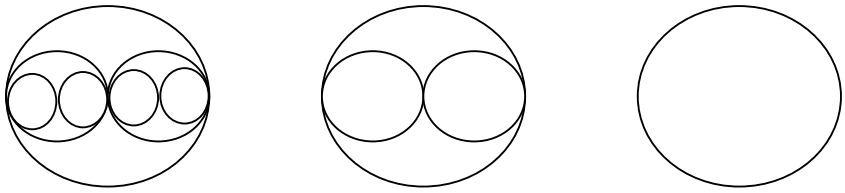
مراجعة الحل:

هل الحل معقول؟ نعم معقول لأن المتتالية ١، ٣، ٦، ١٠، ١٥، ... ناتجة عن عدد نقاط العدد المثلثي، وأن أي حد من حدودها هو عدد نقاط العدد المثلثي حيث رتبة الحد تشير إلى عدد نقاط القاعدة.

يمكن حل هذه المسألة باستخدام استراتيجية حل مســـألة أســـهل واســـتراتيجية تكـــوين جـــدول.

تدريب (١)

نظمت الدوائر التالية بجانب بعضها البعض لتكوين الأشكال التالية:



الشكل رقم (١) الشكل رقم (٢) الشكل رقم (٣)

عدد الدوائر =١ عدد الدوائر =٣ عدد الدوائر = ٧

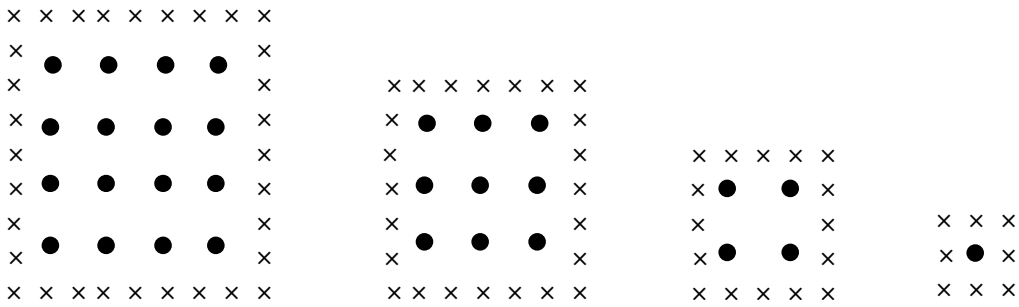
إذا استمر تكوين الأشكال على المنوال نفسه، فكم دائرة يتكون منها الشكل رقم (٧).

تدريب (٢)

يرزع مزارع أشجار التفاح في نمط مربع، ولحمايتها من الرياح يحيطها بشجر السرو،

تبين الأشكال الآتية نمط أشجار التفاح والسرو لأي عدد من صفوف أشجار التفاح (ن):

• : شجرة تفاح × : شجرة سرو



ن =١ ن = ٢ ن = ٣ ن = ٤

(١) جد قاعدة تحسب بها عدد أشجار التفاح وعدد أشجار السرو بدلالة (ن).

(٢) جد قيمة ن، التي يكون عندها عدد أشجار التفاح يساوي عدد أشجار السرو.

استراتيجية رسم شكل

تتضمن هذه الاستراتيجية استخدام النماذج والأشكال والرسومات التي تهيء الفرصة للطالب لرؤية المتغيرات في المسألة، وكذلك العلاقات بين هذه المتغيرات، كما أنها تفيد في تنظيم المعلومات، إن استخدام النماذج غالباً ما يكون مفيداً في حل المسألة الهندسية لأنه يحول المسألة من المستوى المجرد إلى المستوى شبه المحسوس مما يسهل إدراكها وفهمها.

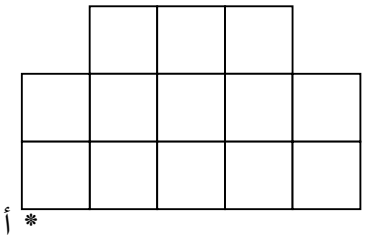
الخطة الصفية:

النتاجات المتعلقة بالاستراتيجية	-أن يتعرف الطالب استراتيجية رسم شكل وآلية العمل بها. -أن يستخدم الطالب استراتيجية رسم شكل في نمذجة المسائل الهندسية.
أساليب التدرب على الاستراتيجية	-يراعي المعلم خطوات حل المسألة ويستخدم استراتيجية رسم شكل عند كتابة خطة الحل. -تنفيذ الطالب حل مثالين بشكل فردي ويطلب منه تنفيذ خطوات حل المسألة بصورة صحيحة.
أساليب التقويم	-ملاحظات المعلم لحلول الطلبة، يتأكد من سلامة الرسم والحل ويصوب الأخطاء التي يمكن أن ترد في حلهم. - طرح اسئلة أثناء عرض الأمثلة. - طرح اسئلة أثناء مناقشة التدريبات.
ملاحظات	-يعرض المعلم الأمثلة خلال الحصة الأولى. -ينفذ الطلبة التدريبات خلال الحصة الثانية.

الشكل المجاور يمثل قطعة أرض مقسمة بالتساوي إلى ١٣ جزء كل منها على شكل مربع ويراد إعادة تقسيمها إلى منطقتين متساويتين وإحاطة كل منهما بسياج ابتداءً من نقطة أ. كيف يمكنك ذلك.

مثال (٢):

الشكل المجاور يمثل قطعة أرض مقسمة بالتساوي إلى(١٣) جزء كل منها على شكل مربع، ويراد تقسيمها إلى منطقتين متساويتين وإحاطة كل منهما بسياج ابتداءً من نقطة أ. كيف يمكنك ذلك:

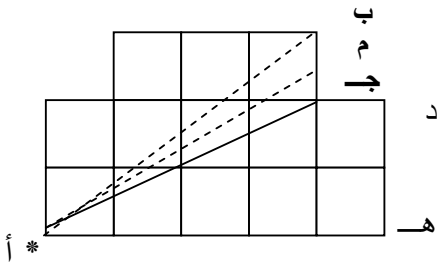


فهم المسألة:

- **قراءة المسألة:** وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- **المعطيات:** قطعة أرض مقسمة إلى ١٣ جزء بالتساوي وكل جزء على شكل مربع.
- **المطلوب:** تقسيم الأرض إلى جزأين متساويين في المساحة بعد إحاطة كل جزء بسياج ابتداءً من نقطة أ.

خطة الحل:

نستخدم استراتيجية رسم شكل لحل هذه المسألة وذلك بوصل أ مع جـ فيتكون شبه منحرف مساحته = ٦ وحدات مربعة فتكون نقطة التنصيف الأخرى أعلى من جـ.



تنفيذ الحل:

لتقسيم الشكل إلى جزئين متساويين تكون مساحة كل جزء = ١٣ ÷ ٢ = ٦.٥ وحدة مربعة.

عندما نصل أ مع جـ تكون مساحة شبه المنحرف أ هـ د جـ = ٦ وحدات مربعة.

عندما نصل أ مع ب تكون مساحة الشكل أ هـ د جـ ب.

= مساحة شبه المنحرف أ هـ د جـ + مساحة Δ أ جـ ب.

= ٦ + ٢ = ٨ وحدات مربعة.

هذا يعني أن نقطة التنصيف يجب أن تكون أسفل ب إذن هي تقع بين ب ، جـ.

لو فرضنا أن بعد م عن جـ = س تكون مساحة الشكل أ هـ د جـ م = ٦.٥ وحدة مساحة.

٦.٥ = مساحة المثلث أ حـ م + مساحة شبه المنحرف أ هـ د جـ

٦.٥ = $\frac{١}{٢}$ × س × ٤ + ٦

٦.٥ = ٢س + ٦ س← س= $\frac{١}{٤}$ وحدة طول

حتى نقسم الشكل حسب ما هو مطلوب يجب أن تكون النقطة م أعلى من جـ بمقدار $\frac{١}{٤}$ وحدة طول. وأسفل ب بمقدار $\frac{٣}{٤}$ وحدة طول.

مراجعة الحل:

الحل معقول ويمكن التحقق من الحل مستخدمين استراتيجية المحاولة والخطأ وذلك عن طريق تقسيم ب جـ إلى أربع أجزاء متساوية، وحساب مساحة المثلث أ جـ م في كل مرة أو استراتيجية عمل جدول.

مثال (١):

يراد زراعة المدخل الجنوبي لكلية التربية في الجامعة الأردنية بثمانية أنواع من الزهور داخل قطعة أرض دائرية الشكل طول قطرها ٢٠ متر، وذلك بقسمتها إلى ثمانية قطع متســاوية

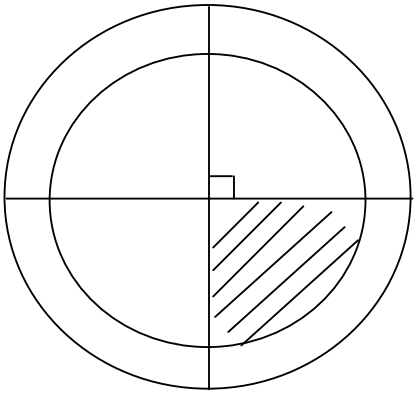
في المساحة. نجح عامل الحدائق في قسمة قطعة الأرض وذلك برسم دائرة ومستقيمين فقط. بين كيف قسم العامل الأرض.

فهم المسألة:

- **قراءة المسألة:** وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- **المعطيات:** قطعة أرض دائرية الشكل طول قطرها ٢٠ متر.
- **المطلوب:** قسمة الأرض إلى ثمانية قطع متساوية في المساحة وذلك برسم دائرة ومستقيمين.

خطة الحل:

يمكن حل هذه المسألة باستخدام استراتيجية عمل نموذج (رسم شكل للأرض) وذلك برسم دائرة طول نصف قطرها= $\sqrt{٥٠}$ متر ومركزها مركز قطعة الأرض وإن أي قطرين متعامدين للدائرة مع مدهما يقسمان الأرض إلى ٨ قطع لها نفس المساحة.



تنفيذ الحل:

مساحة الأرض نق^{٢}ط = ٣.١٤ × (١٠)^{٢} = ٣١٤م^{٢}

عند تقسيمها إلى ثمان قطع متساوية يكون مساحة

القطعة الواحدة = $\frac{٣١٤}{٨}$ = ٣٩.٢٥م^{٢}

نرسم داخل الدائرة دائرة صغرى مشتركة معها في المركز وتأخذ أربع قطع متطابقة من الثمان قطع لذلك يكون مساحة الدائرة المرسومة = ٣٩.٢٥ × ٤ = ١٥٧م^{٢}

إذاً ١٧٥ = نق^{٢}×ط

ومنها نق^{٢} = $\frac{١٥٧}{٣.١٤}$ = ٥٠م

نق = $\sqrt{٥٠}$م

مراجعة الحل:

الحل معقول لأن رسم الدائرة الصغيرة بنصف قطر طوله $\sqrt{٥٠}$م يقسمها إلى ٤ قطع متطابقة متساوية المساحة ويبقى من الدائرة الكبرى ٤ قطع متطابقة وبنفس المساحة.

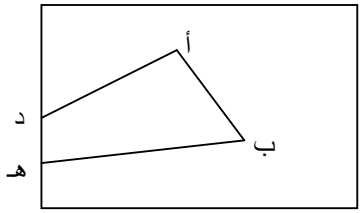
تدريب (١)

أراد مزارع زراعة ثلاث أنواع من الخضراوات داخل قطعة أرض على شكل مثلث مختلف الأضلاع لهذا يريد قسمتها إلى ثلاث قطع متساوية نجح المزارع في قسمة الأرض. بين كيف قسم المزارع هذه الأرض؟

تدريب (٢):

في الشكل المجاور أ ب جـ مثلث، تقع نقطة جـ خارج الإطار.

بدون الخروج عن الإطار جد مجموع أطوال القطع المستقيمة التي تساوي محيط المثلث أ ب جـ.



استراتيجية القائمة المنظمة (تكوين جدول)

تتضمن هذه الاستراتيجية تنظيم البيانات في قوائم أو جدولتها لتسهيل التأمل فيها والتفكير بخطة مناسبة للحل، وهذه الاستراتيجية تمكن من اكتشاف العلاقات والأنماط في البيانات الواردة في المسألة الهندسية.

الخطة الصفية:

النتاجات المتعلقة بالاستراتيجية	-أن يتعرف الطالب استراتيجية القائمة المنظمة وآلية استخدامها بشكل صحيح. -أن يستخدم الطالب استراتيجية القائمة المنظمة في تنظيم البيانات الواردة في المسألة الهندسية وجدولتها.
أساليب التدرب على الاستراتيجية	-يعرض المعلم مثالثن محلولين على مسائل هندسية تحتاج إلى تنظيم وجدولة في بياناتها لاكتشاف النمط والوصول إلى الحل. -يراعي المعلم خطوات حل المسألة ويستخدم استراتيجية القائمة المنظمة عند الوصول لخطة الحل. -ينفذ الطالب حل مثالين بشكل فردي ويطلب منه مراعاة خطوات حل المسألة ويراقب المعلم الحل ويبدي المساعدة إذا لزم الأمر.
أساليب التقويم	-ملاحظات المعلم لحلول الطلبة. - طرح اسئلة أثناء عرض الأمثلة. - طرح اسئلة أثناء مناقشة التدريبات. -اختبار قصير.
ملاحظات	-يعرض المعلم الأمثلة خلال الحصة الأولى. -ينفذ الطلبة التدريبات خلال الحصة الثانية.

مثال (١): ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع عدد أضلاعه ٢٠؟

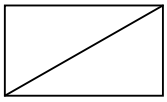
فهم المسألة:

- **قراءة المسألة:** وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- **المعطيات:** مضلع عدد أضلاعه ٢٠.
- **المطلوب:** إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع.

خطة الحل:

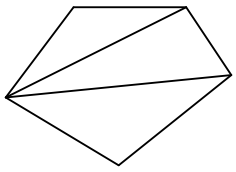
نستخدم استراتيجية رسم شكل ونبسط المسألة بتجزئة المسألة إلى عدد من المسائل الأسهل ثم نكون جدول بالبيانات الناتجة.

نبدأ بالمثلث حيث مجموع قياسات زواياه = ١٨٠°



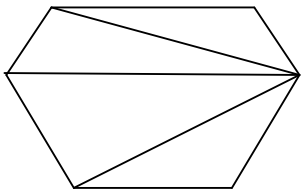
الشكل الرباعي يمكن تقسيمه إلى مثلثين.

إذن مجموع قياسات زواياه الداخلية = ٢×١٨٠° = ٣٦٠°



الشكل الخماسي يمكن تقسيمه إلى ٣ مثلثات.

إذن مجموع قياسات زواياه الداخلية = ٣ × ١٨٠° = ٥٤٠°



الشكل السداسي يمكن تقسيمه إلى ٤ مثلثات

إذن مجموع قياسات زواياه الداخلية = ٤ × ١٨٠° = ٧٢٠°

نكون جدول بهذه البيانات:

عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا الداخلية
٣	١	١ × ١٨٠ = ١٨٠
٤	٢	٢ × ١٨٠ = ٣٦٠
٥	٣	٣ × ١٨٠ = ٥٤٠
٦	٤	٤ × ١٨٠ = ٧٢٠

تنفيذ الحل:

نتأمل الجدول ونبحث عن النمط الذي يسير عليه الجدول نلاحظ أن مجمـوع قياسـات الزوايا الداخلية للمضلع = (عدد الأضلاع– ٢) × ١٨٠°.

إذن في حالة المضلع المكون من ٢٠ ضلعاً

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع = (٢٠ – ٢) × ١٨٠° = ٣٦٠°

مراجعة الحل:

هل الحل معقول؟ نعم معقول لأن الناتج من تطبيق العلاقة نجده نفسه في قيم الجدول.

مثال (٢):

قطع من الصاج بجانب بعضها البعض مربعة الشكل أطوال أضلاعها متساوية قص من أركانها الأربعة مربعات متساوية كل منها ١سم، ٢سم، ٣سم، ... على الترتيب. جد طول ضلع القطعة الواحدة قبل القص الذي يجعل مساحة القطعة العاشرة = صفر.

فهم المسألة:

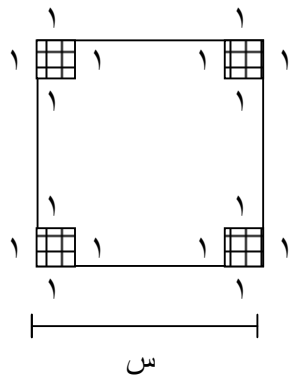
- **قراءة المسألة:** وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- **المعطيات:** قطع من الصاج مربعة الشكل أطوال أضلاعها متساوية، قـص مـن الأولـى مربعات متساوية طول ضلع كل منها ١سم، وقص من الثانية مربعات متساوية طول ضلع كل منها ٢سم، وقص من الثالثة مربعات متساوية طول ضلع كل منها ٣سم وهكذا...
- **المطلوب:** إيجاد طول ضلع القطعة الواحدة قبل القص الذي يجعل مساحة القطعة العاشرة = صفر.

خطة الحل:

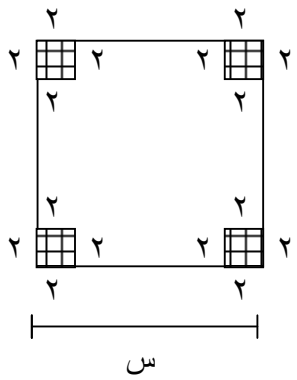
لحل هذه المسألة نستخدم استراتيجية استخدام متغير ورسم شكل ثم نكون جدول بالبيانات الناتجة.

بما أن جميع القطع قبل القص أطوال أضلاعها متساوية نفرض أن طول القطعة الواحده = س.

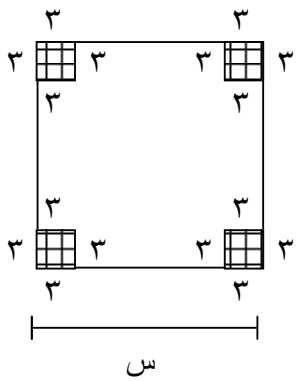
نبدأ بالقطعة الأولى حيث طول ضلعها = س – ٢



طول ضلع القطعة الثانية = (س –٤)



طول ضلع القطعة الثالثة = (س – ٦)



نكون جدول بهذه البيانات:

ترتيب القطعة	طول ضلعها	مساحتها بعد القص
١	(س –٢)	$(س – ٢)^{٢}$
٢	(س –٤)	$(س – ٤)^{٢}$
٣	(س –٦)	$(س – ٦)^{٢}$
٤	(س –٨)	$(س – ٨)^{٢}$

تنفيذ الحل:

نتأمل الجدول ونبحث عن النمط الذي يسير عليه، نلاحظ أن طول ضلع كل قطعة بعد القص = (س – ضعف الرتبة).

إذن طول ضلع القطعة العاشرة (س –٢٠)

مساحة القطعة العاشرة (س – ٢٠)^{٢}

نضع (س – ٢٠)٢ = ٠

س = ٢٠ سم.

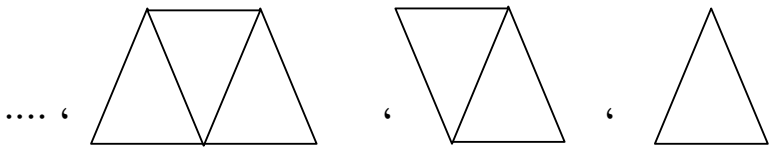
مراجعة الحل:

هل الحل معقول؟ نعم معقول.

بالتعويض في العلاقة عندما س = ٢٠ يصبح طول ضلع القطعة العاشرة = ٢٠ – ٢٠ = صفر.

تدريب (١):

يقوم سعيد بعمل مثلثات من أعواد الثقاب حسب النمط الآتي:



شكل (١) ، شكل (٢) ، شكل (٣) ، ....

(١) ما عدد الأعواد اللازمة لبناء الشكل رقم (٧).

(٢) ما عدد الأعواد اللازمة لبناء الشكل رقم ن.

تدريب (٢):

ما عدد القطع المستقيمة التي تصل بين (١٢) نقطة لا تقع أي ثلاث منها على استقامة واحدة؟

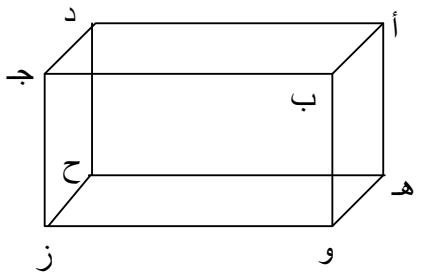
استراتيجية تبسيط المسألة (حل مسألة أسهل)

تستخدم هذه الاستراتيجية عادة مع استراتيجية أخرى وتبسيط المسألة يكون إما باستخدام أعداد أقل، أو استخدام مسألة مألوفة أكثر قد تقود إلى استراتيجية مناسبة للحل، وقد يأخذ التبسيط شكلاً آخر كتقسيم المسألة ذات الخطوات المتعددة إلى مجموعة من المسائل تحل كل منها على حدة.

الخطة الصفية:

النتاجات المتعلقة بالاستراتيجية	-أن يتعرف الطالب استراتيجية حل مسألة أسهل وأهميتها في تحويل المسألة الهندسية إلى وضع مألوف أكثر. -أن يستخدم الطالب استراتيجية حل مسألة أسهل في حل مسائل هندسية وذلك بتقسيم المسألة إلى عدد من المسائل الأسهل وتجميع الحلول الجزئية للحصول على الحل.
أساليب التدرب على الاستراتيجية	-يعرض المعلم مثالين محلولين على مسائل هندسية مستخدماً استراتيجية حل مسألة أسهل مع مراعاة خطوات حل المسألة. . -ينفذ الطالب حل مثالين بشكل فردي ويطلب منه مراعاة خطوات حل المسألة وتحديد الاستراتيجيات المستخدمة في الحل.
أساليب التقويم	-ملاحظات المعلم. - طرح اسئلة أثناء عرض الأمثلة. - طرح اسئلة أثناء مناقشة التدريبات.
ملاحظات	-يعرض المعلم الأمثلة خلال الحصة الأولى. -ينفذ الطلبة التدريبات خلال الحصة الثانية.

مثال (١): الشكل المجاور يمثل مكعباً خشبياً طول حرفه ٢٠سم، انطلقت عليه نملتان في نفس اللحظة الأولى من الرأس (أ) وعلى الحرف (أ د) وباتجاه الرأس (د) وبسرعة ٤سم/ث، والثانية من الرأس (هـ) وعلى الحرف (هـ و) باتجاه الرأس (و) وبسرعة ٣سم/ث، جد المسافة بين النملتين بعد مرور (٤) ثوانٍ من لحظة انطلاقهما.

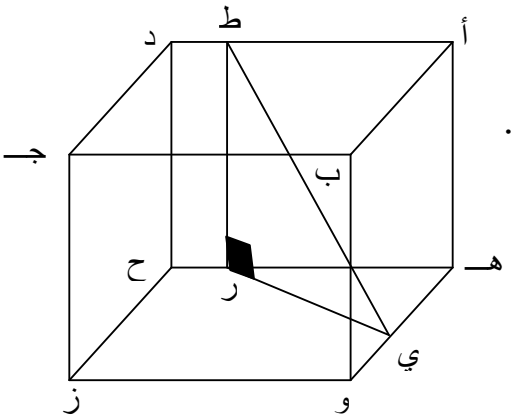


فهم المسألة:

- **قراءة المسألة:** وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- **المعطيات:** مكعب خشبي طول حرفه ٢٠سم، انطلقت النملة الأولى من الرأس (أ) وعلى الحرف (أ د) وباتجاه د بسرعة ٤سم/ث والثانية من الرأس هـ على الحرف هـ و باتجاه الرأس و وبسرعة ٣سم/ث.
- **المطلوب:** إيجاد المسافة بين النملتين بعد مرور ٤ ثواني من لحظة الانطلاق.

خطة الحل:

نستخدم استراتيجية حل مسألة أسهل حيث نقوم بتجزئة المسألة إلى مسألتين أسهل على النحو التالي:



نفرض أن موقع النملة الأولى بعد ٤ ثواني هو النقطة (ط).

نفرض أن موقع النملة الثانية بعد ٤ ثواني هو النقطة (ي).

أولاً: نجد المسافة (ي ر) باستخدام نظرية فيتاغورس

مع ملاحظة أن قياس زاوية ط ر ي = ٩٠°.

ثانياً: نجد المسافة المطلوبة ط ي

باستخدام نظرية فيتاغورس مرة أخرى.

تنفيذ الحل:

بعد مرور ٤ ثواني أ ط = ٤ × ٤ = ١٦سم

بعد مرور ٤ ثواني هـــ ي = ٣ × ٤ = ١٢سم

ي ر = $\sqrt{٢٥٦ + ١٤٤}$ = ٢٠ سم

ط ي = $\sqrt{٤٠٠ + ٤٠٠}$

مراجهة الحل:

هل الحقل معقول؟ نعم معقول ويمكن حل هذه المسألة باستخدام استراتيجية استخدام متغير.

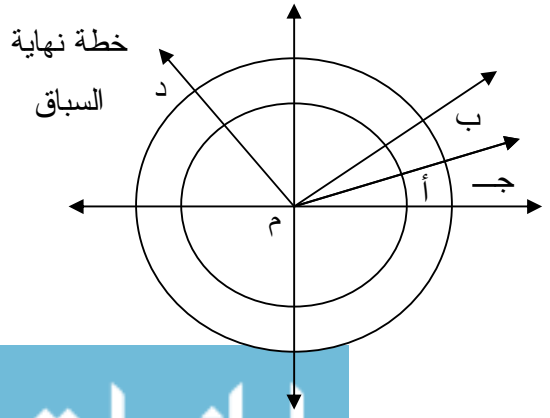
على فرض أن أ ط = س، هـــ ي = ص وهي المسافات المقطوعة بعد فرض زمن قدره ن ثانية.

س = ٤ ن ، ص = ٣ن.

ف = $\sqrt{٤٠٠ + ١٦ ن^٢ + ٩ ن^٢}$ = $\sqrt{٤٠٠ + ٢٥ ن^٢}$

عندما = ٤ ، ف = $\sqrt{٤٠٠ + ٢٥ \times ١٦}$ = $\sqrt{٨٠٠}$ = ٢٠ $\sqrt{٢}$ سم

مثال (٢) في مضمار للسباق ركض لاعبان في الاتجاه نفسه على دائرتين متحدتين في المركز نصفا قطريهما ٤٠م، ٥٠م على الترتيب من النقطتين أ، ب، كما في الشكل المجاور فإذا كانت مسافة السباق ١٠٠م. فأوجد طول القوس ب جـــ.



فهم المسألة:

قراءة المسألة وإعادة صياغتها بلغة الطالب.

- **المعطيات:** مضمار للسباق ركض لاعبان في الاتجاه نفسه على دائرتين متحدتين في المركز نصفا قطريهما ٤٠م، ٥٠م على الترتيب أحدهما انطلق من نقطة أ والآخر من نقطة ب، مسافة السباق ١٠٠متر.
- **المطلوب:** إيجاد طول القوس ب جـــ.

خطة الحل:

نستخدم استراتيجية حل مسألة أسهل حيث نقوم بتجزئة المسألة إلى مسألتين أسهل على النحو التالي:

أولاً: نجد قياس الزاوية أ م د.

ثانياً: نجد قياس الزاوية ب م د.

ثالثاً: نجد قياس الزاوية ج م ب ونستفيد منها في إيجاد المطلوب.

تنفيذ الحل:

قياس الزاوية أ م د = $\frac{١٠٠}{٤٠}$ = ٢.٥ (راد).

قياس الزاوية ب م د = $\frac{١٠٠}{٥٠}$ = ٢ (راد).

إذن قياس الزاوية ج م ب = ٢.٥ – ٢ = ٠.٥ (راد)

لذلك فإن طول القوس ب جـــ = ٠.٥ × ٥٠ = ٢٥ متراً.

مراجعة الحل:

هل الحل معقول؟ نعم معقول ويمكن حل هذه المسألة بتقسيمها إلى مسألتين أسهل لكن بطريقة أخرى على النحو التالي:

قياس الزاوية أ م د = $\frac{١٠٠}{٤٠}$ = ٢.٥ راد.

طول القوس ج ب د = ٢.٥ × ٥٠ = ١٢٥م.

طول القوس ب د = مسافة السباق = ١٠٠م.

إذن طول القوس الأصغر جـــ ب = ١٢٥ – ١٠٠ = ٢٥ متراً.

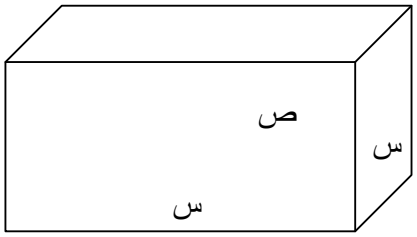
تدريب (١)

أ هي النقطة (٠,٨) وتمثل موقع صياد، ب هي النقطة (١,٠) وتمثل موقع نسر بداتا الحركة معاً، الصياد يتحرك على محور السينات الموجب باتجاه نقطة الأصل بسرعة ٢م/دقيقة، بينما النسر يتحرك على محور الصادات مبتعداً عن نقطة الأصل وبسرعة ٣٠م/دقيقة.

جد معادلة المستقيم المار بموقعي النسر والصياد بعد دقيقتين من بدء الحركة.

تدريب (٢)

يراد صنع صندوق من الخشب الرقيق بدون غطاء على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل وحجمه ٣٢ متر مكعب، جد أبعاد الصندوق إذا بلغت تكاليف صناعة ١٤٤ دينار علمـــاً بأن تكلفة المتر المربع الواحد من الخشب الرقيق ٣ دنانير.



استراتيجية استخدام متغير

في كثير من الحالات يحتاج حل المسألة الهندسية إلى عملية استخدام المتغيرات (المجاهيل) وتكوين المعادلات للتعبير عن العلاقات الموجودة في المسألة الهندسية لتسهيل الحل.

الخطة الصفية:

النتاجات المتعلقة بالاستراتيجية	-أن يتعرف الطالب استراتيجية استخدام متغير وأهميتها في حل المسائل الهندسية. -أن يستخدم الطالب استراتيجية استخدام متغير في حل مسائل هندسية تحتاج إلى استخدام متغيرات ومجاهيل لتسهيل الحل.
أساليب التدرب على الاستراتيجية	-يعرض المعلم مثالين محلولين على مسائل هندسية يتم ترجمتها إلى متغيرات مع مراعاة خطوات حل المسألة. -ينفذ الطالب حل مثالين بشكل فردي ويطلب منه مراعاة خطوات حل المسألة وتحديد الاستراتيجيات المستخدمة في الحل ومناقشة الصعوبات التي قد تواجهه.
أساليب التقويم	-ملاحظات المعلم. - طرح اسئلة أثناء عرض الأمثلة. - طرح اسئلة أثناء مناقشة التدريبات.
ملاحظات	-يعرض المعلم الأمثلة خلال الحصة الأولى. -ينفذ الطلبة التدريبات خلال الحصة الثانية.

مثال (١): أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، طول محيط المثلث يساوي ٦٠سم، ومساحته ١٥٠سم. جد أطوال أضلاعه؟

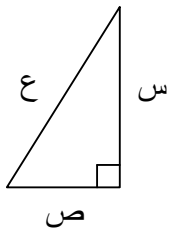
فهم المسألة:

- قراءة المسألة وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- المعطيات: أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، طول محيطه = ٦٠سم ومساحته = ١٥٠سم.
- المطلوب إيجاد أطوال أضلاعه.

خطة الحل:

لحل هذه المسألة نستخدم استراتيجية استخدام متغير، وذلك بفرض أن الوتر = ع وضلعي القائمة س، ص ثم تكوين معادلتين لحل نظام مكون من ثلاث متغيرات.

تنفيذ الحل:



س + ص + ع = ٦٠.

س + ص = ٦٠ – ع بتربيع الطرفين.

$س^٢$ + ٢س + $ص^٢$ = ٣٦٠٠ – ١٢٠ع + $ع^٢$

لكن نصف س ص = ١٥٠

إذن س ص = ٣٠٠

بما أن $ع^٢$ = $س^٢$ + $ص^٢$

مما سبق ٦٠٠ = ٣٦٠٠ – ١٢٠ع ومنه ع = ٢٥

إذن $س^٢$ + $ص^٢$ = ٦٢٥، س + ص = ٣٥

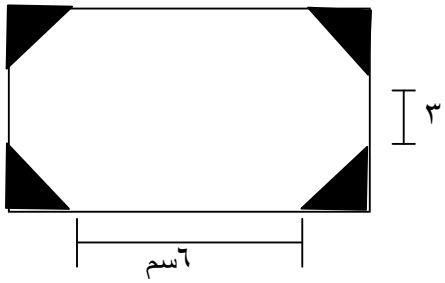
$(٣٥ – ص)^٢$ + $ص^٢$ = ٦٢٥

ومنه ص = ٢٠، س = ١٥

ذمراجعة الحل

هل الحل معقول؟ نعم معقول لأنـــه بـــالتعويض المباشـــر مكـــان س، ص، ع بقيمهـــا المستخرجة تجعل مساحة المثلث = ١٥٠سم وطول محيطه = ٦٠سم.

مثال (٢) إذا علمت أن المساحة غير المظللة في المستطيل المرسوم في الشكل المجاور تساوي ٦٢سم^{٢}، احسب مساحة المنطقة المظللة؟



فهم المسألة:

- قراءة المسألة وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- المعطيات: مستطيل فيه الأركان الأربعة المظللة يمثل كل منها مثلـــث قـــائم الزاويـــة متساوي الساقين.
- المطلوب حساب مساحة المنطقة المظللة.

خطة الحل:

لحل هذه المسألة نستخدم استراتيجية استخدام متغير وذلك بفرض أن طول ضلع القائمة لكل مثلث = س سم.

لذلك يكون مجموع مساحات المثلثات المظللة = ٢س^{٢}.

ومساحة المستطيل = ٢س٢ + ٦٢

تنفيذ الحل:

مساحة المستطيل = مساحة المنطقة المظللة + مساحة المنطقة غير المظللة.

(٢س + ٦) (٢س +٣) = ٢س^{٢} + ٦٢

٤س^{٢} + ١٨س + ١٨ = ٢س^{٢} + ٦٢

ومنه س^{٢} + ٩س – ٢٢ = ٠

إذن س = ٢، – ١١

نرفض الإجابة السالبة وتكون مساحة المنطقة المظللة في الشكل عند س =٢ تساوي

٢ × (٢)^{٢} = ٨سم^{٢}.

مراجعة الحل:

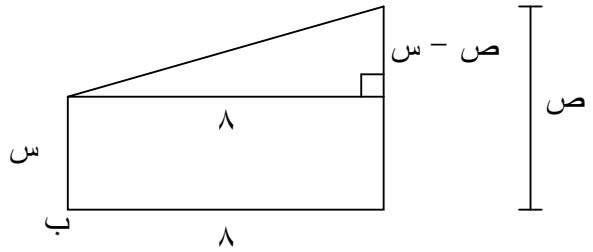
هل الحل معقول؟ نعم معقول لأنه عندما س = ٢

مساحة المستطيل = (٢×٢ +٣) = ٧٠سم.

المساحة غير المظللة = ٧٠ – ٨٠ = ٦٢سم.

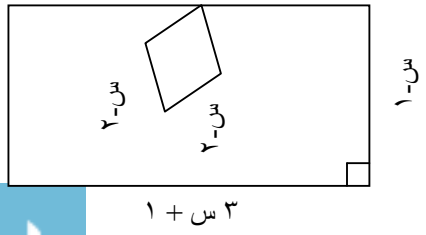
تدريب (١)

مصعدان كهربائيان أ، ب مستقران في الطابق الأرضي لكلية العلوم التربوية والمسافة بينهما ٨ متر. بدأ المصعد أ يرتفع للأعلى بسرعة ٢م/ث وبعد ثانيتين بدأ المصعد (ب) في الارتفاع للأعلى بسرعة ١م/ث جد المسافة بين المصعدين أ، ب بعد ٢ ثانية من بدء حركة المصعد ب.



تدريب (٢)

في الشكل المجاور جد مساحة الجزء المظلل بدلالة س.



استراتيجية التبرير المنطقي

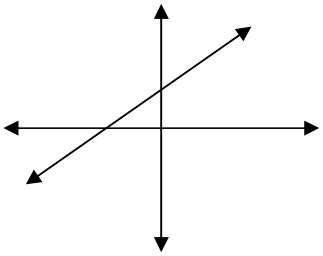
لحل مسألة باستخدام استرتيجية التبرير المنطقي، يجب أن يستخدم الطالب قدرته على الاستدلال المنطقي في حل المسألة، ويجب معرفة الكيفية التي تم بها ربط الحقائق المعطاة في المسألة مع بعضها البعض، وإيجاد العلاقات فيما بينها ثم العمل بطريقة خطوة خطوة وكل منها مبررة بالخطوات السابقة، واستراتيجية التبرير المنطقي تستخدم للمسائل الحياتية في محتوى غير رياضي، أما في المسائل الهندسية فنستخدم التسلسل المنطقي.

الخطة الصفية:

النتاجات المتعلقة بالاستراتيجية	-أن يتعرف الطالب استراتيجية التبرير المنطقي وأهميتها في حل مسائل حياتية في محتوى غير رياضي. -أن يتعرف الطالب استراتيجية التسلسل المنطقي وأهميتها في حل مسائل هندسية. -أن يستخدم الطالب استراتيجية التسلسل المنطقي للوصول إلى استنتاجات مبررة منطقياً في حل المسائل الهندسية.
أساليب التدرب على الاستراتيجية	-يعرض المعلم مثالين محلولين على مسائل هندسية مستخدماً استراتيجية التسلسل المنطقي بطريقة خطوة بعد خطوة مع مراعاة خطوات حل المسألة. -ينفذ الطالب حل مثالين بشكل فردي ويطلب منه إعطاء تبرير لكل خطوة مع مراعاة خطوات حل المسألة
أساليب التقويم	-ملاحظات المعلم. - طرح اسئلة أثناء عرض الأمثلة. - طرح اسئلة أثناء مناقشة التدريبات.
ملاحظات	-يعرض المعلم الأمثلة خلال الحصة الأولى. -ينفذ الطلبة التدريبات خلال الحصة الثانية.

مثال (١): المستقيم المجاور يقطع محوري الأحداثيات كما في الشكل ومعادلته

ص = (٤ – أ) س – (٢ – أ).



برر بطريقة منطقية طريقة إيجاد قيمة الثابت أ ، حيث أ

عدد صحيح موجب

فهم المسألة:

- قراءة المسألة وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- المعطيات: مستقيم يقطع محوري الأحداثيات ومعادلته

  ص = (٤ – أ) س – (٢ – أ)

- المطلوب إيجاد قيمة الثابت أ.

خطة الحل:

نستخدم استراتيجية التسلسل المنطقي لحل هذه المسألة، وذلك عن طريق ربط المعلومات الواردة في هذه المسألة مع بعضها البعض والتوصل من خلالها إلى استنتاج منطقي مبرر.

تنفيذ الحل:

ميل المستقيم = ظل الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

إذاً الميل >صفر لأن الزاوية حادة (ظلها موجب)

إذا ٤ – أ > صفر لأن الميل هو معامل س من المعادلة.

إذاً – أ > – ٤ بإضافة ٤ لطرفي المتباينة.

إذا أ < ٤ بضرب طرفي المتباينة بالعدد –١ وتباينها يتغير.

المقطع الصادي> صفر من المعطيات (انظر الشكل.

إذا (أ – ٢) > صفر وضعنا المعادلة على الصورة العامة

ص = (٤−أ) س + (أ −٢).

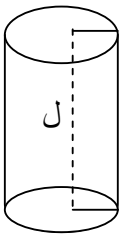
إذاً أ > ٢ بإضافة ٢ لطرفي المتباينة.

بما أن ٢ < أ < ٤ و أ عدد صحيح موجب

إذاً أ = ٣

مراجعة الحل:

هل الحل معقول؟ نعم معقول، بالتعورض المباشر مكان أ بـــ ٣ نحصل علـــى معادلـــة المستقيم بالصورة ص = س + ١ (ميله موجب ومقطعه الصادي موجب).



مثال (٢) اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها مثلثي طول قطرها

برر بطريقة منطقية طريقة إيجاد نسبة حجمها إلى مساحتها الجانبية بدلالة ل.

فهم المسألة:

- قراءة المسألة: وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- المعطيات: اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها = ل والارتفاع = مثلي طول قطرها.
- المطلوب: إيجاد نسبة الحجم إلى المساحة الجانبية بدلالة ل.

خطة الحل:

نستخدم استراتيجية التسلسل المنطقي لحل هذه المسألة وذلك عن طريق ربط المعلومات الواردة في هذه المسألة مع بعضها البعض والتوصل من خلالها إلى استنتاج منطقي مبرر.

تنفيذ الحل:

ل = ٤ نق لأن الارتفاع مثلي طول القطر.

إذاً نق = $\frac{\text{ل}}{\text{٤}}$ بقسمة طرفي المعادلة على ٤

$\frac{\text{حجم الاسطوانة}}{\text{مساحتها الجانبية}}$ $\frac{\pi \text{ نق}^{\text{٢}} \text{ ع}}{\text{٢}\pi \text{ نق ع}}$ $\frac{\text{نق}}{\text{٢}}$

= =

إذاً النسبة = $\frac{ل}{٤} \times \frac{١}{٢} = \frac{ل}{٨}$ بالتعويض مكان نق بـــ $\frac{ل}{٤}$.

مراجعة الحل:

هل الحل معقول ؟ نعم معقول وذلك بالتعويض المباشر عندما ل = ٢٠ مثلاً

نق = ٢٠ ÷ ٤ = ٥

إذاً طول القطر = ١٠ وحدات

إذا الارتفاع = مثلي طول القطر.

تدريب (١)

مثلثان أطوال أضلاع الأول ٦، ٨، ١٠ وحدات ، وأطوال أضلاع الثاني ١.٥، ٢، ٢.٥

برر بطريقة منطقية أن المثلثين متشابهين.

تدريب (٢)

برر بطريقة منطقية أن |جاهـــ + جتاهـــ| ≤ $\sqrt{٢}$ لأي زاوية هـــ.

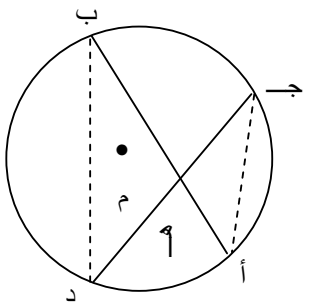
استراتيجية البرهان المباشر

تعتبر هذه الاستراتيجية من الاستراتيجيات المهمة التي تستخدم لبرهنة مسائل الإثبات الهندسية، والبرهان المباشر هو أكثر البراهين استخداماً، وفيه نتعامل مع المطلوب نفسه وليس مع مطلوب مكافئ له، وفيه نحتاج إلى البرهان على صدق عبارة شرطية (ف ← ن) وفي هذه الحالة نفرض صحة ف ثم نثبت صحة ن. أي أننا ننتقل من المطلوب إلى البرهان مباشرة بأسلوب منطقي ويجب أن تكون العبارات المستخدمة في الإثبات صحتها مقبولة ، مع تبرير لكل خطوة من خطوات الحل.

الخطة الصفية:

النتاجات المتعلقة بالاستراتيجية	-يتعرف الطالب استراتيجية البرهان المباشر، وسير العمل فيها. -يبرهن الطالب مسائل إثبات مستخدماً استراتيجية البرهان المباشر.
أساليب التدرب على الاستراتيجية	-يعرض المعلم للطلبة مجموعة من الأمثلة على مسائل إثبات مستخدماً استراتيجية البرهان المباشر مع مراعاة حل المسألة. -ينفذ الطالب مسائل إثبات بشكل فردي، حيث يطلب منه أن يراعي خطوات حل المسألة في كل منها، وأن يستخدم أسلوب العبارة – السبب في تنفيذ البرهان في كل من التدريبات.
أساليب التقويم	- طرح اسئلة أثناء عرض الأمثلة. -يلاحظ المعلم براهين الطلبة، ويتأكد من سلامة براهينهم ويصوب الأخطاء التي يمكن أن ترد في براهينهم. - طرح اسئلة أثناء مناقشة التدريبات.
ملاحظات	-يعرض المعلم الأمثلة خلال الحصة الأولى. -ينفذ الطلبة التدريبات خلال الحصة الثانية.

مثال (١): إذا تقاطع وتران في دائرة أثبت أن حاصل ضرب جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب جزأي الوتر الثاني.



فهم المسألة:

- **قراءة المسألة:** وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- **المعطيات:** دائرة مركزها م فيها $\overline{\text{أب}}$، $\overline{\text{جـ د}}$ وتران متقاطعان في النقطة هـ
- **المطلوب:** إثبات أن أ هـ × هـ ب = جـ هـ × هـ د.

خطة لحل:

نصل أ جـ ونصل ب د ونستخدم استراتيجية البرهان المباشر، ونثبت أن المثلثين متشابهين ومن التشابه نحصل على تناسب لأطوال الأضلاع المتناظرة ومنه نحصل على المطلوب.

تنفيذ الحل:

الزاوية جـ أ هـ = الزاوية ب د هـ محيطتين مرسومتين على نفس القوس.

الزاوية أ جـ هـ = الزاوية د ب هـ محيطتين مرسومتين على نفس القوس

الزاوية أ هـ جـ = الزاوية د هـ ب متقابلتين بالراس

المثلثين أ جـ هـ ، د ب هـ متشابهين لأن الزوايا المتناظرة متساوية.

أطوال الأطلاع المتناظرة في المثلثين تكون متناسبة من تشابه المثلثين.

ومنه $\frac{\text{أ هـ}}{\text{جـ هـ}} = \frac{\text{د هـ}}{\text{ب هـ}}$ بالضرب التبادلي

أ هـ × ب هـ = جـ هـ × د هـ وهو المطلوب إثباته.

مراجعة الحل:

جميع الخطوات صحيحة وكل الأسباب صادقة ومنطقية ولا يوجد تعارض بين الخطوات أو بين أحداهما والمعطيات ويمكن مراجعة الحل بأن نصل جـ ب ، أ د ونحصل على نفس النتيجة.

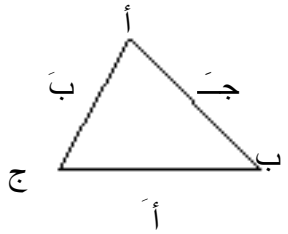
مثال (٢) برهن أنه لأي مثلث تكون النسبة بين طول أي ضلع وجيب الزاوية المقابلة له ثابتة.

فهم المسألة: قراءة المسألة وإعادة صياغتها بلغة الطالب.

المعطيات: أ ب جـ أي مثلث

المطلوب: إثبات أن النسبة بين طول أي ضلع وجيب الزاوية المقابلة له ثابتة.

خطة الحل:



نرسم المثلث أ ب جـ ونرمز للأضلاع بالرموز أَ ، بَ ، جـَ

ونستخدم استراتيجية البرهان المباشر في إثبات أن

$$\frac{\text{أَ}}{\text{جاأ}} = \frac{\text{بَ}}{\text{جاب}} = \frac{\text{جـَ}}{\text{جاجـ}}$$

آخذين بعين الاعتبار أن كل خطوة من خطوات الحل مبررة ومنطقية.

تنفيذ الحل:

مساحة المثلث أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ بَ جـَ جاأ لأن مساحة المثلث تساوي نصف

= $\frac{١}{٢}$ جـَ أَ جاب حاصل ضرب طولي أي ضلعين فيه

= $\frac{١}{٢}$ أَ بَ جاجـ مضروباً بجيب الزاوية المحصورة بينهما

إذاً $\frac{١}{٢}$ بَ جـَ جاأ = $\frac{١}{٢}$ جـَ أَ جاب = $\frac{١}{٢}$ أَ بَ جاجـ

الأشياء التي تساوي نفس الشيء متساوية.

إذاً $\frac{\text{جا أ}}{\text{أَ}} = \frac{\text{جاب}}{\text{بَ}} = \frac{\text{جاجـ}}{\text{جـَ}}$ بالقسمة على $\left(\frac{١}{٢}\ \text{أَ بَ حـَ}\right)$.

$$\frac{\text{أَ}}{\text{جاأ}} \quad \frac{\text{بَ}}{\text{جا ب}} \quad \frac{\text{حـَ}}{\text{جاجـ}}$$

مراجعة الحل:

جميع الخطوات صحيحة وكل الأسباب صادقة ومنطقية ولا يوجد تعارض بين الخطوات، ويمكن مراجعة الحل بالتعويض المباشر لمثلث قياسات زاويا ٣٠°، ٦٠°، ٩٠° وأطوال أضلاعه ١٠، ١٠ $\sqrt{٣}$ ، ٢٠ على الترتيب

بتطبيق قانون الجيب ينتج أن $\frac{١٠}{\text{جا}٣٠} = \frac{١٠\sqrt{٣}}{\text{جا}٦٠} = \frac{٢٠}{\text{جا}٩٠} = ٢٠$ (قيمة ثابتة).

تدريب (١):

ليكن $\overline{\text{أ ب}}$ قطراً في دائرة ، جـ نقطة على الدائرة وليكن $\overline{\text{أ د}}$ عموداً على المماس المرسوم من جـ لهذه الدائرة، أثبت أن $\overline{\text{أ ج}}$ تنصف الزاوية ب أ د.

تدريب (٢):

أثبت أن طول القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث يساوي نصف طول الضلع الثالث.

استراتيجية البرهان غير المباشر

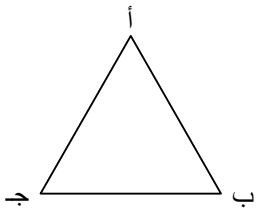
في هذه الاستراتيجية نتعامل مع مطلوب مكافئ للمطلوب الأصلي، أي أننا نصل إلى صحة المطلوب بطريقة غير مباشرة فأحياناً قد لا تؤدي استراتيجية البرهان المباشر للوصول إلى النتيجة، لذلك لا بد من تحوير المسألة لتصلح وفق استراتيجية البرهان غير المباشر، وهي على نوعين: البرهان بالتناقض والبرهان بالمعاكس الإيجابي.
في استراتيجية البرهان بالتناقض نأخذ نفي ما هو مطلوب، ثم نبدأ من العلاقات التي يعطيها هذا النفي إلى أن نصل إلى علاقة تعارض حقيقة رياضية أو مبدأ رياضي أو جملة غير معقولة ضمن حقائق النظام الذي نعمل فيه، وحيث أن التعارض مرفوض في المنطق فإننا نرفض صحة نفي المطلوب وبهذا نكون قد برهنا صحة المطلوب إذ أن ~ (~ ف) تكافئ ف منطقياً.
في استراتيجية المعاكس الإيجابي نستخدم نفي المطلوب لإثبات نفي المفروض فبدلاً من برهان (ف ← ن) فإننا نبرهن (~ ن ← ~ ف) لأن العبارتين متكافئتين منطقياً.

الخطة الصفية:

النتاجات المتعلقة بالاستراتيجية	-يتعرف الطالب المبدأ الذي تقوم عليه استراتيجية البرهان غير المباشر، وسير العمل فيها. -يبرهن الطالب مسائل إثبات مستخدماً استراتيجية البرهان غير المباشر.
أساليب التدرب على الاستراتيجية	-يعرض المعلم مجموعة من الأمثلة على مسائل إثبات مستخدماً استراتيجية البرهان غير المباشر وموضحاً المبدأ الذي تقوم عليه. -يراعي المعلم خطوات حل المسألة. ١. فهم المسألة. ٢- التخطيط للبرهان. ٣- تنفيذ البرهان. ٤- التحقق من صحة البرهان. -ينفذ الطالب مسائل إثبات بشكل فردي، حيث يطلب منه أن يراعي خطوات حل المسألة في كل منها وأن يستخدم أسلوب العبارة - السبب في تنفيذ البرهان في كل منها.

	-يعرض الطلبة براهينهم بعد الانتهاء منها ويناقشوا هذه البراهين.
أساليب التقويم	- طرح اسئلة أثناء عرض الأمثلة. -يلاحظ المعلم براهين الطلبة ويتأكد من سلامة براهينهم ويصوب الأخطاء التي يمكن أن ترد في براهينهم. - طرح اسئلة أثناء مناقشة التدريبات.
ملاحظات	- يعرض المعلم الأمثلة خلال الحصة الأولى. -ينفذ الطلبة التدريبات خلال الحصة الثانية.

مثال (١): اثبت ان زوايا قاعدة المثلث المتساوي الساقين لا يمكن ان تكون قوائم.



فهم المسألة:

- قراءة المسألة: وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- المعطيات: أ ب جـ مثلث متساوي الساقين فيه قياس ∢ أ ب جـ = قياس ∢ ب جـ أ زوايا القاعدة متساوية.
- المطلوب إثبات أن قياس ∢ أ ب جـ = قياس ∢ ب جـ أ ≠ ٩٠°

خطة الحل:

نستخدم استراتيجية البرهان غير المباشر وذلك بفرض أن قياس ∢ أ ب جـ = قياس ∢ ب جـ أ = ٩٠° لنصل إلى تناقض.

تنفيذ الحل:

قياس ∢ أ ب جـ = قياس ∢ ب جـ أ = ٩٠° فرض جدلي

قياس ∢ أ ب جـ + قياس ∢ ب جـ أ = ١٨٠ ° من الخطوة السابقة.

قياس ∢ أ ب جـ + قياس ∢ ب جـ أ + قياس ∢ ب أ جـ > ١٨٠°

لأن قياس ∢ ب أ جـ أكبر من صفر

مجموع زوايا المثلث أ ب جـ > ١٨٠° من الخطوة السابقة

هذا يتناقض مع تعميم سابق مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

الفرض الجدلي خاطئ التناقض مرفوض منطقياً

قياس ∢ أ ب جـ = قياس ∢ ب جـ أ ≠ ٩٠° وفق استراتيجية البرهان غير المباشر

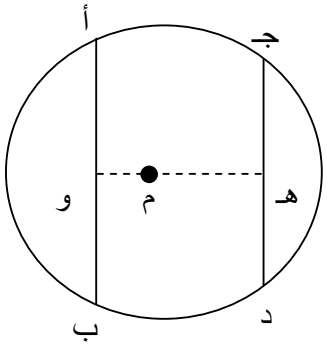
مراجعة الحل:

الإجراءات صحيحة والأسباب صادقة ومنطقية.

مثال (٢):

أثبت أن الأوتار غير المتساوية في نفس الدائرة تبعد مسافات مختلفة عن مركز الدائرة

فهم المسألة:



- قراءة المسألة وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- المعطيات: دائرة مركزها النقطة م،

$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{ج د}}$ وتران فيها بحيث أن $\overline{\text{أ ب}} \neq \overline{\text{جـ د}}$

$\overline{\text{م هـ}}$ عمودي على $\overline{\text{جـ د}}$، م و عمودي على $\overline{\text{أب}}$

- المطلوب: إثبات أن م هـ ≠ م و

خطة الحل:

نستخدم استراتيجية المعاكس الإيجابي وذلك بفرض أن $\overline{\text{م هـ}} = \overline{\text{م و}}$ ونبرهن أن $\overline{\text{أب}} = \overline{\text{جـ د}}$ أي إننا نفرض عكس المطلوب ونصل بالبرهان إلى عكس المعطيات، مع إعطاء تبرير وتفسير لكل خطوة أثناء تنفيذ الحل.

تنفيذ الحل:

أما $\overline{\text{م و}} = \overline{\text{م هـ}}$ أو م و ≠ $\overline{\text{م هـ}}$ أي قيمتين إما تكونا متساويتين أو غير متساويتين واحد من الاحتمالين

نفرض $\overline{\text{م و}} = \overline{\text{م هـ}}$ عندها

$\overline{\text{أ ب}} = \overline{\text{ج د}}$ في الدوائر المتطابقة: تكون الأوتار المتساوية على مسافات متساوية من المركز (نظرية)

إذن

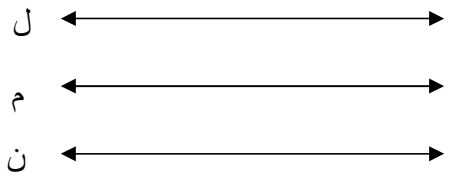
$\overline{\text{م و}} \neq \overline{\text{م هـ}}$ حسب استراتيجية المعاكس الإيجابي

مراجعة الحل:

جميع الخطوات صحيحة وجميع الأسباب صادقة ومنطقية.

تدريب (١)

إذا كانت ل، م، ن ثلاثة مستقيمات في المستوى بحيث ل يوازي م، م يوازي ن ، أثبت أن ل يوازي ن.



تدريب (٢)

أثبت أنه إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت الزوايا المتبادلة متساوية، فإن المستقيمين يكونان متوازيان.

استراتيجية المثال المضاد

في كثير من الأحيان إن إعطاء أمثلة إيجابية تحقق عبارة ما لا تؤدي إلى كون العبارة صحيحة ولكن إعطاء مثال مضاد واحد كفيل بأن يجعل العبارة خاطئة، لأن التعميمات الرياضية تكون مسورة تسويراً كلياً وهذه لا تكون صحيحة إلا إذا كانت صحيحة لكل الحالات، وتكون خاطئة إذا وجدت حالة واحدة على الأقل خاطئة، وتقوم هذه الاستراتيجية على إيجاد مثال مضاد واحد لإثبات خطأ تعميم ما.

الخطة الصفية:

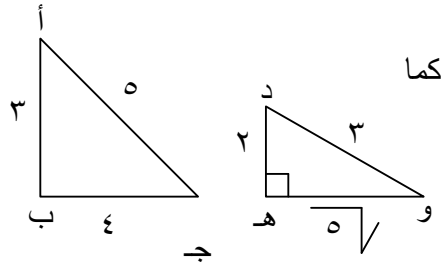
النتاجات المتعلقة بالاستراتيجية	-أن يتعرف الطالب استراتيجية المثال المضاد وسير العمل بها. -أن يستخدم استراتيجية المثال المضاد في بيان خطأ تعميمات هندسية خاطئة.
أساليب التدرب على الاستراتيجية	-يعرض المعلم مثالين على تعميمات هندسية خاطئة ويجد أمثلة مضادة لها. -ينفذ الطالب تدريبين يطلب منه فيها إيجاد أمثلة مضادة لتعميمات خاطئة.
أساليب التقويم	-يطلب المعلم مثالاً مضاداً لتعميمات هندسية خاطئة ويلاحظ آداء الطلبة ويصحح الأخطاء التي يمكن أن يقعوا بها. - طرح اسئلة أثناء مناقشة التدريبات.
ملاحظات	-يتم عرض الأمثلة خلال الحصة الأولى. -ينفذ الطلبة التدريبات خلال الحصة الثانية.

مثال (١):

بين أنه ليس جميع المثلثات القائمة الزاوية متشابهة.

فهم المسألة:

- قراءة المسألة: وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- المعطيات: أ ب جـ، دج هـ و مثلثين قائمي الزاوية كما في الشكل المجاور.



- المطلوب: إثبات المثلثين أ ب جـ ، د هـ و ليسا بالضرورة متشابهين.

خطة الحل:

باستخدام استراتيجية المثال المضاد يكفي إيجاد مثلثين قائمي الزاوية لكنهما غير متشابهين.

تنفيذ الحل:

إذا كانت أطوال المثلث أ ب جـ يلي: $\overline{\text{أ ب}}$ = ٣، $\overline{\text{ب جـ}}$ = ٤

$\overline{\text{أ جـ}}$ = ٥

فإن أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب (لأنه يحقق عكس نظرية فيتاغورس)

حيث $(\text{أ ب})^{٢} + (\text{ب ج})^{٢} = (\text{أ ج})^{٢}$

وإذا كانت أطوال المثلث د هـ و كما يلي: $\overline{\text{د هـ}}$ = ٢ ، $\overline{\text{هـ و}}$ = $\sqrt{٥}$ $\overline{\text{د و}}$ = ٣

فإن د هـ و مثلث قائم الزاوية في هـ (لأنه يحقق عكس نظرية فيتاغورس)

في حين $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}} \neq \frac{\text{د هـ}}{\text{هـ و}}$ لأن $\frac{٣}{٤} \neq \frac{٢}{\sqrt{٥}}$

إذاً أ ب جـ ، د هـ و مثلثين قائمي الزاوية، لكن الأضلاع المتناظرة فيهما ليست متناسبة فهما غير متشابهين.

مراجعة الحل:

جميع الخطوات صحيحة ويمكن مراجعة الحل بإعطاء مثال مضاد آخر.

مثال (٢)

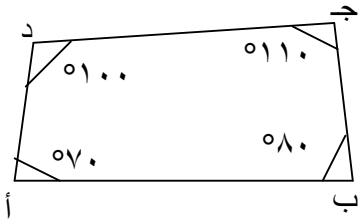
بين أنه ليس كل شكل رباعي دائري يكون مربعاً!

فهم المسألة:

- قراءة المسألة وإعادة صياغتها بلغة الطالب.
- المعطيات: أ ب جـ د شكل رباعي دائري.
- المطلوب: إثبات أن أ ب جـ د ليس بالضرورة مربعاً.

خطة الحل:

نبحث عن مثال مضاد على شكل رباعي دائري لكنه ليس مربعاً مستخدمين استراتيجية المثال المضاد في الإثبات.



تنفيذ الحل:

نأخذ الشكل الرباعي أ ب جـ د

الذي فيه قياس ∢ أ = °٧٠ ، قياس ∢ جـ = °١١٠ ، قياس ∢ ب = °٨٠

قياس ∢ د = °١٠٠

كما في الشكل المجاور أ ب جـ د شكل رباعي لأن مجموع كل زاويتين متقابليتين يساوي °١٨٠ لكن أ ب جـ د ليست مربعاً لأن زواياه ليست قوائم وبهذا يتم الحل.

مراجعة الحل:

يمكن مراجعة الحل عن طريق إعطاء مثال مضاد آخر.

تدريب (١)

بين خطأ التعميم التالي:

إذا كان المثلث قائم الزاوية فإنه يكون متساوي الساقين.

تدريب (٢)

بين خطأ التعميم التالي:

إذا تساوت مساحتي مثلثين فإنهما متطابقين.

ملحق (٢)

السادة أعضاء هيئة التحكيم الذين تمت الاستعانة بخبراتهم خلال مدة الدراسة

اسم المحكم	اللقب العلمي	مكان العمل	طبيعة التحكيم			
			برنامج تدريبي	اختبار حل المسألة	الاختبار التحصيلي	اختبار التفكير الرياضي
د. أحمد مقدادي	عضو هيئة تدريس	الجامعة الأردنية	×		×	
أ. د. عدنان عوض	عضو هيئة تدريس	جامعة الزيتونة		×	×	
د. وائل أمين	عضو هيئة تدريس	الجامعة الأردنية		×		×
د. عبد الله طلافحه	عضو هيئة تدريس	الجامعة الأردنية	×			×
أ.د. رمضان صالح رمضان	عضو هيئة تدريس	جامعة عمان العربية للدراسات العليا	×		×	
أ.د. فريد أبو زينه	عضو هيئة تدريس	جامعة عمان العربية للدرسات العليا		×		×
د. إبراهيم الشرع	عضو هيئة تدريس	الجامعة الأردنية	×		×	
د. فارس بدوي	عضو هيئة تدريس	جامعة البترا		×		×
د. رشيد عباس	مشرف تربوي	تربية عمان الثالثة	×	×	×	×
د. خليل جابر	مشرف تربوي	وكالة الغوث	×	×	×	×
عبد العزيز غنام	مشرف تربوي	تربية عمان الأولى	×	×	×	×
نفيسة شاهين	مشرفة تربوية	تربية عمان الثانية	×	×	×	×
شاديه غرايبه	عضو منهج رياضيات	إدارة المناهج والكتب المدرسية	×			
خالد عربيات	عضو منهج رياضيات	إدارة المناهج والكتب المدرسية	×			
إسماعيل البرصان	عضو الاختبارات الإلكترونية.	إدارة الامتحانات والاختبارات		×		
محمود شبانه	عضو التقويم التشخيصي	إدارة الامتحانات والاختبارات			×	
جمال الصالح	معلم رياضيات	عمان الأولى	×	×		×
وصال علان	معلمة رياضيات	عمان الثانية		×	×	×
لونا مهيرات	معلمة رياضيات	عمان الثالثة	×			×
فايزة عبد الدين	معلمة رياضيات	وكالة الغوث		×	×	
سليمان أبو هاني	معلم رياضيات	تربية مأدبا	×		×	×
عثمان حنفية	معلم رياضيات	القطاع الخاص	×	×	×	

ملحق (٣)

اختبار حل المسألة الهندسية

الاسم: .....

المدرسة: .....

الصف: ..... الشعبة: (.....)

الزمن: (ساعة ونصف)

الجنس: ☐ ذكر ☐ أنثى:

هدف الاختبار:

يهدف اختبار حل المسألة الهندسية العامة إلى قياس مقدرة طلبة الصف العاشر على حل المسائل الهندسية العامة، حيث يتكون من (٨) مسائل هندسية عامة.

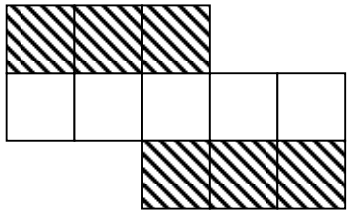
والمطلوب منك بذل أقصى ما يمكنك من جهد أثناء الحل وعدم إعطاء الإجابة مباشرة، بل المرجو منك توضيح خطوات الحل اللازمة لكل تلك المسائل باستخدام إحدى استراتيجيات حل المسألة الهندسية التالية:

- استراتيجية البحث عن نمط.
- استراتيجية رسم شكل (نموذج).
- استراتيجية تكوين جدول.
- استراتيجية استخدام متغير.
- استراتيجية حل مسألة أسهل.
- استراتيجية التبرير المنطقي.
- استراتيجية البرهان المباشر.
- استراتيجية البرهان غير المباشر.
- استراتيجية المثال المضاد.

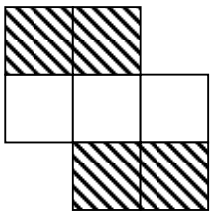
أجب عن جميع الأسئلة وعددها (٨) مسائل:

مسألة (١):

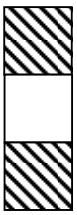
الشكل التالي يبين العلاقة بين عدد المربعات المظللة (س)، وعدد المربعات غير المظللة (ص).



الشكل (٣)



الشكل (٢)



الشكل (١)

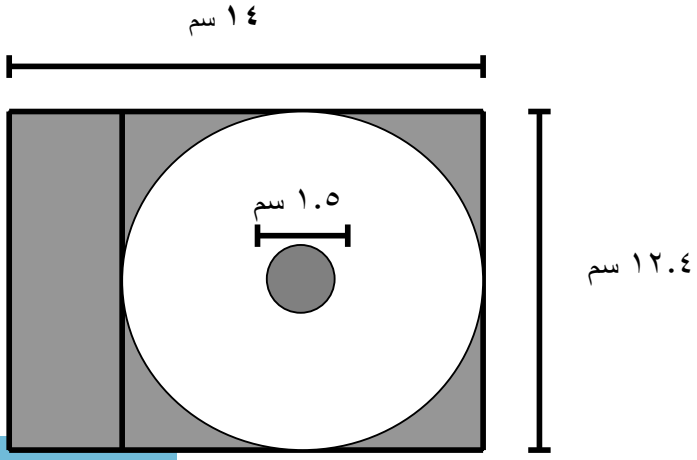
إذا استمر تكوين الأشكال على المنوال نفسه. جد القاعدة التي تصف العلاقة بين المتغيرين س، ص؟.

مسألة (٢):

ثمانِ مدن تقع على رؤوس مضلع ثماني منتظم، ما أكبر عدد ممكن من الطرق المستقيمة التي يمكن إنشاؤها بين هذه المدن الثماني؟.

مسألة (٣):

يمثل الشكل المجاور مشغل أقراص مستطيل الشكل بداخله قرص في حالة تخزين. جد مساحة المنطقة التي يتم فيها التخزين.



مسألة (٤):

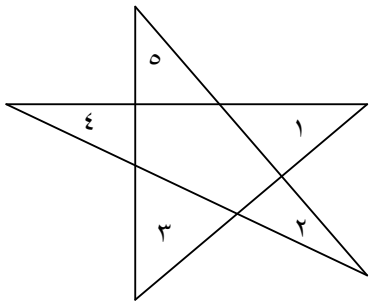
بستان مستطيل الشكل طول قطره ٤٢٥متراً، أراد صاحبه أن يحيطه بسياج جد طـــول السياج إذا كانت الزاوية بين قطر المستطيل والضلع الاصغر ٢٠ َ ٥٨° مقرباً الجواب لأقـــرب متر.

مسألة (٥):

دائرة مركزها م. $\overline{\text{أ ب}}$ ، د $\overline{\text{جـــ}}$ وتران متعامدان بحيث ان م لا تقع بينهما ، فاذا تقـــاطع الوتران في نقطة و داخل الدائرة، برهن أن قياس زاوية أ و د = قياس زاوية أ م د.

مسألة (٦):

مجموع قياس الزوايا ∢١، ∢ ٢ ، ∢ ٣، ∢ ٤، ∢ ٥ في الشكل المجاور يساوي ١٨٠° . برر ذلك



مسألة (٧):

أثبت أنه إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت الزاويا المتبادلة متساوية فـــإن المســـتقيمين يكونان متوازيان.

مسألة (٨):

بين خطأ العبارة التالية:

إذا كانت أ، ب، جـــ ثلاث نقاط واقعة على مستقيم واحد

فإن $\overline{\text{أ ب}}$ + $\overline{\text{ب جـــ}}$ = $\overline{\text{أ جـــ}}$

ملحق (٤)

اختبار التفكير الرياضي

الاسم: .....

المدرسة: .....

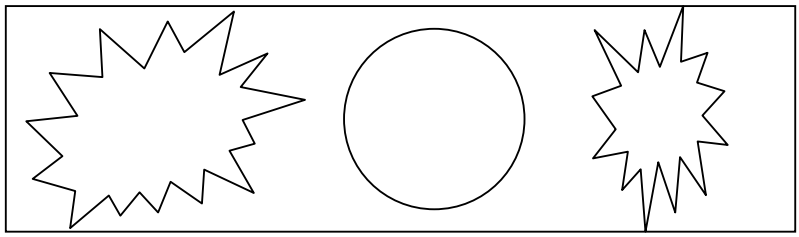
الصف: ..... الشعبة: (.....)

الزمن: (ساعة ونصف)

الجنس: ☐ ذكر ☐ أنثى:

هدف الاختبار:

يهدف اختبار التفكير الرياضي إلى قياس مستوى التفكير الرياضي عند طلبة الصف العاشر، حيث يتكون الاختبار من (٤٠) فقرة، بعضها موضوعي والآخر يحتاج إلى إجابة قصيرة، يرجى قراءة كل فقرة بعناية ووضع الإجابة المناسبة في المكان المخصص لها على ورقة الأسئلة نفسها، علماً بأن علاماتك على هذا الاختبار لا يؤثر من قريب أو بعيد في أي من علاماتك المدرسية، وتأكد أن هذا الاختبار هو لأغراض الدراسة والبحث مما يعود عليك بالفائدة.



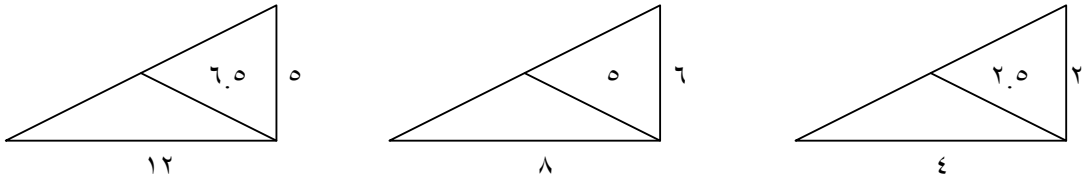
ج ب أ

١)أي الأشكال أعلاه له أكبر مساحة؟ علل إجابتك.....

٢) صف طريقة لتقدير مساحة الشكل أ .....

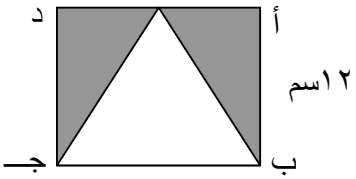
٣)صف طريقة لتقدير محيط الشكل أ .....

٤)ما التعميم الذي يربط طول القطعة الواصلة من رأس القائمة إلى منتصف الوتر من جهة وطول الوتر من جهة أخرى؟ اعتمد على الأشكال التالية:



التعميم: طول القطعة = ...

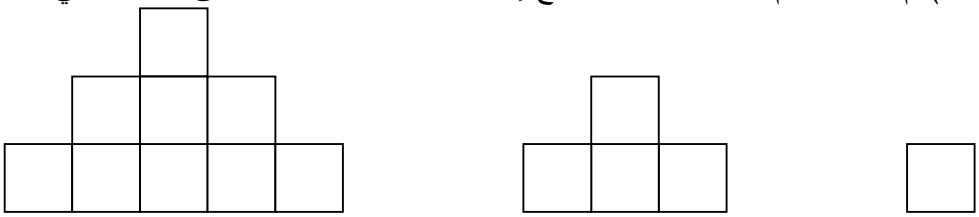
٥)إذا كان أ ب جـ د مربع طول ضلعه ١٢ سم، فإن مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور تساوي:



أ) ٢٤سم٢ ب) ٤٨سم٢

جـ) ٧٢سم٢ د) ١٤٤سم٢

٦)كم مربعاً يلزم لتكوين الشكل السابع إذا استمر تكوين الأشكال على النمط التالي:

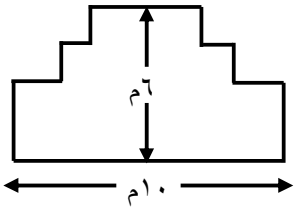


(١) (٢) (٣)

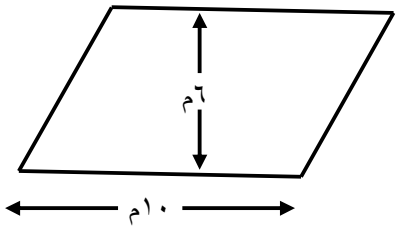
عدد المربعات المكونة للشكل السابع يساوي .....

* لدى نجار ٣٢ متراً من الخشب، يريد أن يحيط بها حوضاً في حديقته.

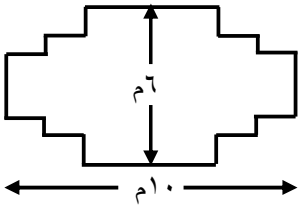
وهو يفكر في التصاميم الآتية لهذا الحوض:



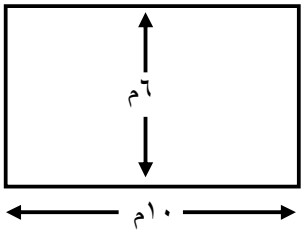
التصميم أ



التصميم ب



التصميم جـ

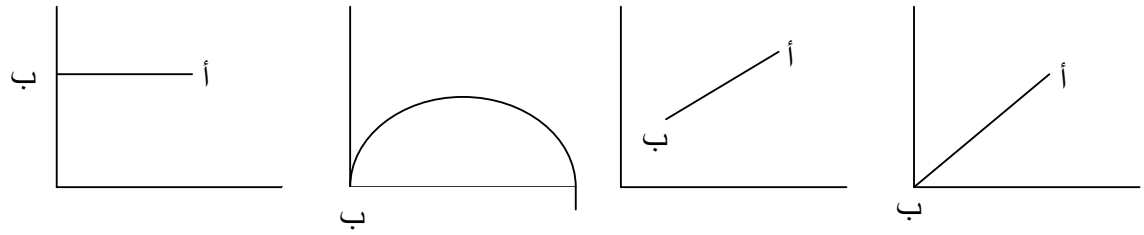


التصميم د

ضع دائرة حول "نعم" أو "لا" مقابل كل تصميم في الجدول الآتي لتبين ما إذا كان ممكناً عمل الحوض باستخدام ٣٢ متراً من الخشب.

الرقم	تصميم الحوض	هل يمكن عمل الحوض بهذا التصميم باستخدم ٣٢ متراً من الخشب؟
٧	التصميم أ	نعم / لا
٨	التصميم ب	نعم / لا
٩	التصميم جـ	نعم / لا
١٠	التصميم د	نعم / لا

١١. حدد الشكل الذي يينتج مخروطاً ناقصاً من دوران الخط أ ب حول محور السـنات دورة كاملة.



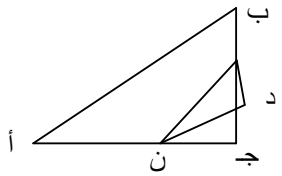
(١) (٢) (٣) (٤)

* ضع دائرة حول رمز الشكل الذي يحقق الوصف الآتي:

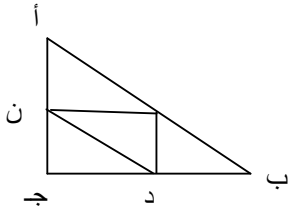
المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في جـ.

القطعة جـ ب أقصر من القطعة أ جـ ، م منتصف القطعة أ ب، ن منتصف القطعة ب جـ، د نقطة داخل المثلث بحيث أن القطعة م ن أطول من القطعة م د.

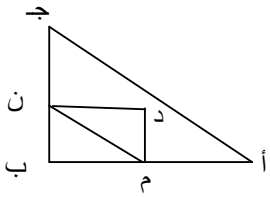
أ)



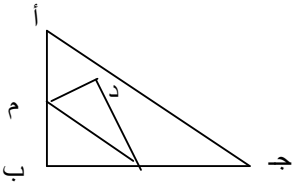
ب)



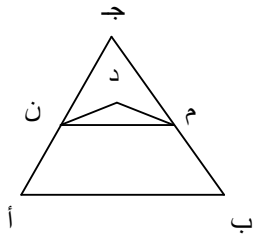
ج)



د)



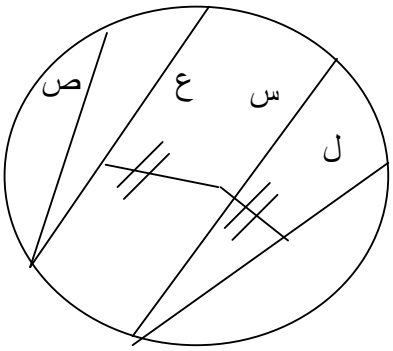
هـ)



رقم السؤال	الوصف	رمز الشكل
١٢	أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب	أ ب ج د هـ
١٣	القطعة جـ ب أقصر من القطعة أ جـ	أ ب ج د هـ
١٤	م منتصف القطعة أ ب	أ ب ج د هـ
١٥	ن منتصف القطعة ب جـ	أ ب ج د هـ
١٦	د نقطة داخل المثلث بحيث أن القطعة م ن أطول من القطعة م د.	أ ب ج د هـ

١٧. كلما اقترب وتر الدائرة من مركزها زاد طوله، في الشكل المرسوم الوتر الأطول هو:

أ. س ب. ص جـ. ع د. ل

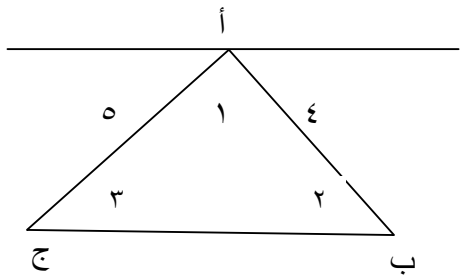


١٨. مجموع الزوايا الداخلية للمضلع الذي عدد أضلاعه ن يساوي (٢ن – ٤) زاوية قائمة، المضلع الذي مجموع قياسات زواياه يساوي (١٢) زاوية قائمة هو مضلع:

أ. سداسي ب. سباعي جـ. ثماني د. تساعي

لإثبات أن مجموع زوايا المثلث ١٨٠° رسم المعلم خطاً موازيا للضلع ب ج من الرأس

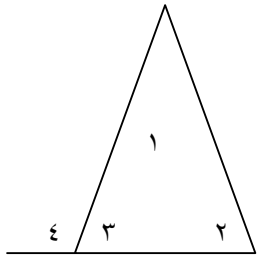
(أ) – كما في الشكل المجاور – وبدأ البرهان:



< ٢ = < ٤ (بالتبادل)

١٩. أكمل < ٣ = ... ٢٠. والسبب .....

* لإثبات أن الزاوية الخارجية لمثلث تساوي مجموع الـزاويتين الـداخليتين البعيـدتين نقـوم بالخطوات التالية



١. < ٣ + < ٤ = ١٨٠° السبب. أنهما تشكلان زاوية مستقيمة.

٢. < ١ + < ٢ + < ٣ = ١٨٠° السبب مجموع قياسات زوايا مثلث.

٣. < ١ + < ٢ + < ٣ = < ٣ + < ٤.

٢١. برر الخطوة الثالثة: .....

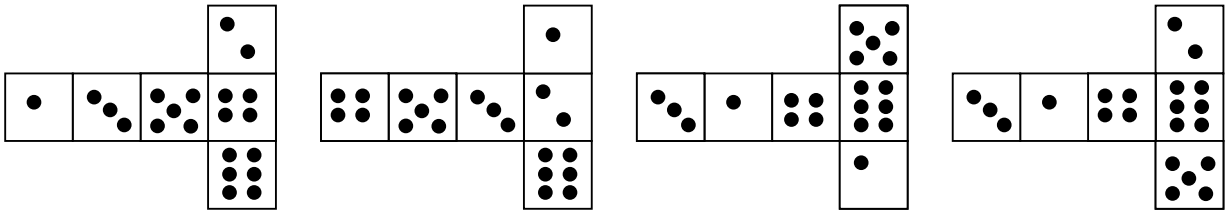
٢٢. ما هي الخطوة التالية لمتابعة البرهان: .....

* يمكنك تكوين مكعبات صغيرة مرقمة بقص قطع من الورق المقوى وثنيها ولصقها.

ترى في الأشكال الآتية قطعاً يمكن ثنيها ولصقها لتكوين مكعبات تحمل نقطاً على أوجهها.

أي هذه الأشكال تكون عند ثنيها مكعبات تحقق قانون مجموع النقاط على كل وجهين متقـابلين يساوي ٧؟

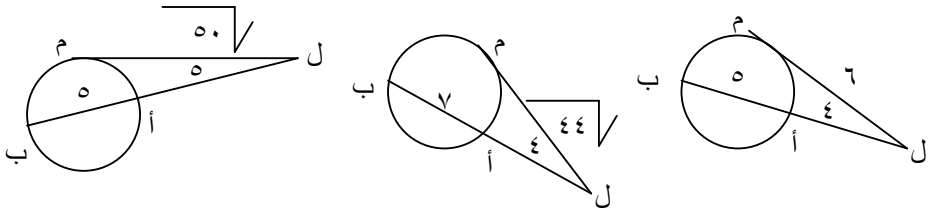
ضع دائرة حول "نعم" أو "لا" في كل سطر من الجدول أدناه.



١ ٢ ٣ ٤

رقم السؤال	الشكل	هل يحقق قانون مجموع النقاط على كل وجهين متقابلين يساوي ٧؟
٢٣	الشكل ١	نعم / لا
٢٤	الشكل ٢	نعم / لا
٢٥	الشكل ٣	نعم / لا
٢٦	الشكل ٤	نعم / لا

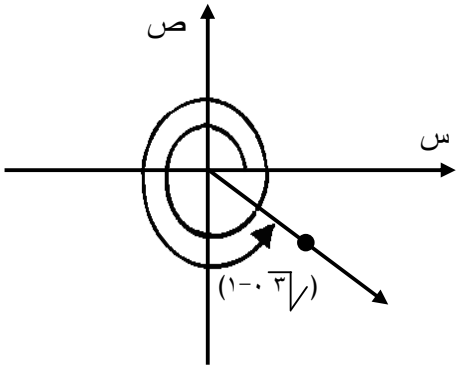
٢٧. من خلال الأشكال التالية حاول أن تصل إلى التعميم المناسب لتحديد العلاقة بين مربع طول المماس وأجزاء القاطع:



مربع طول المماس = (ل م)٢ = ...

٢٨. ما قياس الزاوية (هـ) في الشكل المرافق بالتقديرين الستيني والدائري؟

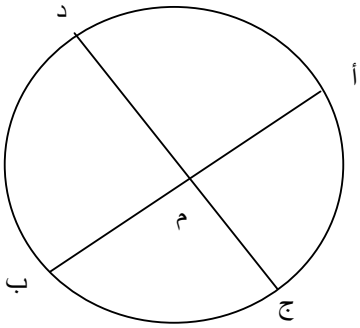
قياس الزاوية = ...



يقدم محل بيتزا قطعتي بيتزا دائريتي الشكل مختلفتي الحجم ولكن لهما السمك نفسه طول قطر الصغرى ٣٠سم وثمنها ٣٠ قرش، طول قطر الكبرى ٤٠سم وثمنها ٤٠ قرش أي القطعتين تعد قيمة أفضل للمال؟ قدم تبريراً لإجابتك.

٢٩. التبرير: .....

٣٠. إذا تقاطع وتران في دائرة فإن مساحة المستطيل المكون من جزأي الوتر الأوي يساوي مساحة المستطيل المكون من جزأي الوتر الثاني.



عبر من العلاقة السابقة بالرموز.

العلاقة هي .....

٣١. مجموع طولي أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث: أي الأطوال التالية تصلح أن تكون مثلثاً؟

أ. ٥، ٧، ١٢ ب. ٣، ٤، ٦

جـ. ٦، ٥، ١٢ د. ٤، ٤، ٩

٣٢. إذا كانت أطوال أضلاع المثلث أ ب جـــ هي ٣، ٤، ٥ فإنه مثلث قائم الزاوية، والمثلث س ص ع الذي أطوال أضلاعه ٦، ٨، ١٠ قائم الزاوية، والمثلث ل و ي الذي أطوال أضلاعه ٩، ١٢، ١٥ قائم الزاوية اقترح أطوال أضلاع لمثلث رابع قائم الزاوية حسب هذا التسلسل.

الأطوال هي .....

٣٣. إذا استخرجنا من بئر مملوءة ماء في اليوم الأول ٢٠٠ لتر، واليوم الثاني ١٠٠ لتر، وفي اليوم الثالث ٥٠ لتر وهكذا، فقدر سعة البئر.

سعة البئر تقريباً تساوي .....

٣٤. مجموع زوايا المثلث ١٨٠°، أي القياسات التالية تشكل مثلثاً؟

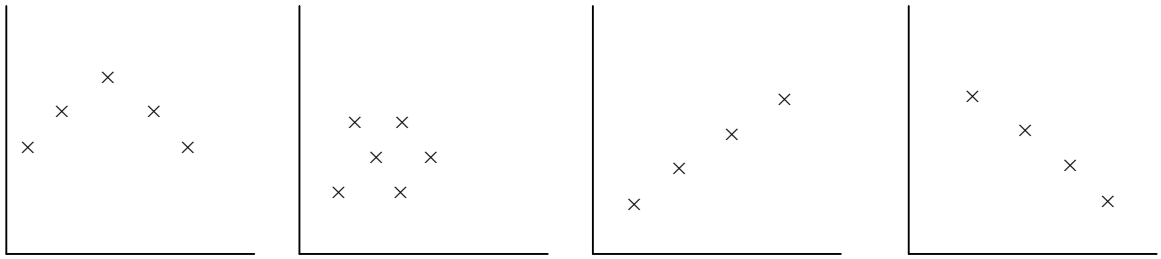
أ. ∢ س = ٧٠°، ∢ ص = ٩٠°، ∢ ع = ٢٠°

ب. ∢ س = ١١٠°، ∢ ص = ٧٠°، ∢ ع = ١٠°

ج. ∢ س = ٨٠°، ∢ ص = ٦٠°، ∢ ع = ٥٠°

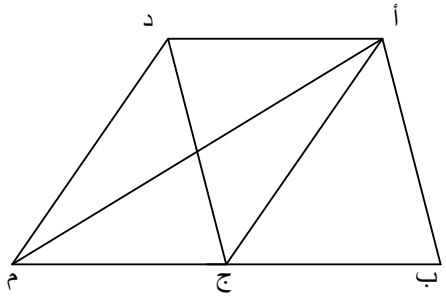
د. ∢ س = ٧٠°، ∢ ص = ٧٠°، ∢ ع = ٧٠°

٣٥. إذا كانت العلامة التي يحصل عليها الطالب في الامتحان النهائي مرتبطة ارتباطاً موجبـــاً بعدد الساعات الدراسية التي يقضيها الطالب في التحضير للامتحان، فأي الأشكال التالية يعبـــر عن ذلك؟



(١) (٢) (٣) (٤)

* في الشكل المجاور استنتج أحد الطلاب أن مساحة المثلث أ ب ج تســاوي نصــف مســاحة المثلث أ ب م.



٣٦. على ماذا اعتمد الطالب في الاستنتاج الخاطئ هذا؟

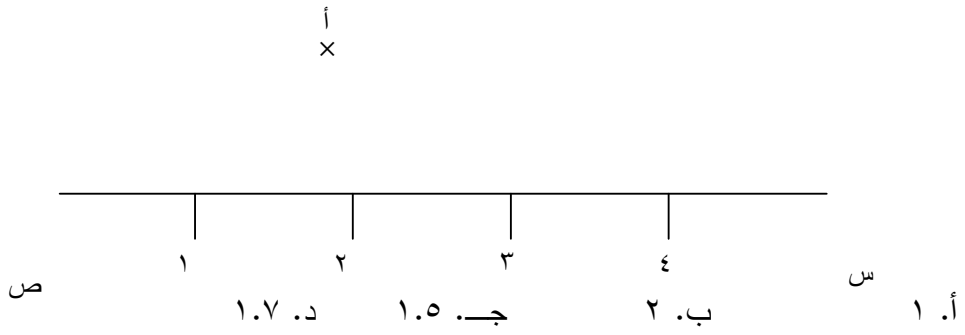
.....

.....

٣٧. مساحة المثلث أ د ج تساوي مساحة المثلث أ م ج.

السب.....

٣٨. إذا أنزلنا عموداً من النقطة أ على الخط س ص فإنه سيمر بالنقطة:



٣٩. قطر المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر وبناء على ذلك.

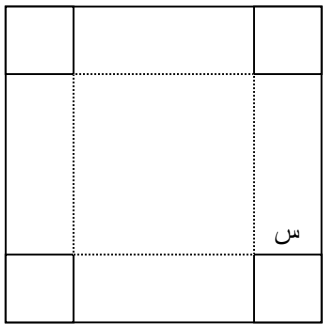
أ. قطرا المربع متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

ب. قطرا المتوازي متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

ج. قطرا المستطيل متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

د. لا شيء مما ورد أعلاه صحيح.

٤٠. قطعة كرتون مربعة الشكل طول ضعلها ٤٠سم، قص من أركانها الأربعة مربعات متساوية طول ضلع كل منها س سم وثنيت الأجزاء البارزة للأعلى لتكون صندوقاً مفتوحاً هو مبين في الشكل المجاور، فما حجم هذا الصندوق بدلالة س؟



أ. س (٤٠–س)٢.

ب. س (٤٠–٢س)٢.

ج. س٢ (٤٠–س).

د. س٢ (٤٠–٢س).

ملحق (٥)

نموذج الإجابة لفقرات اختبار التفكير الرياضي

رقم الفقرة	الإجابة الصحيحة
١	جـ
٢	مساحة ب < مساحة أ < مساحة ب
٣	محيط ب < محيط أ < محيط ب
٤	نصف الوتر
٥	د
٦	٤٩
٧	نعم
٨	نعم
٩	نعم
١٠	نعم
١١	١
١٢	د
١٣	أ، د
١٤	جـ، د
١٥	جـ
١٦	جـ
١٧	أ
١٨	جـ
١٩	∢ ٤
٢٠	بالتبادل
٢١	مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°
٢٢	∢ ١ + ∢ ٢ = ∢ ٤
٢٣	لا
٢٤	نعم
٢٥	نعم

تابع ملحق (٥)

رقم الفقرة	الإجابة الصحيحة
٢٦	لا
٢٧	ل أ × ل ب.
٢٨	٦٩٠°
٢٩	القطعة الثانية أفضل
٣٠	أ م × م جـ = جـ م × م د
٣١	ب
٣٢	١٢، ١٦، ٢٠
٣٣	٤٠٠
٣٤	أ
٣٥	٢
٣٦	أ ب // د جـ
٣٧	كل منهما يكافئ متوازي الأضلاع أ جـ م د
٣٨	١.٧
٣٩	أ
٤٠	د

ملحق (٦)

تحليل محتوى وحدة الدائرة من كتاب الصف العاشر الأساسي

المفاهيم	التعميمات	المهارات
الزاوية المركزية، الزاوية المحيطية، الشكل الرباعي الدائري، الزاوية الخارجية في الشكل الرباعي الدائري، وتر الدائرة، البعد عن مركز الدائرة الأوتار المتقاطعة في الدائرة، مماس الدائرة، نقطة التماس، الزاوية المماسية.	- الزاوية المركزية للدائرة: هي الزاوية التي يقع رأسها في مركز الدائرة وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة. - الزاوية المركزية تساوي ضعف الزاوية المحيطة المشتركة معها في نفس القوس. - الزاوية المحيطية هي الزاوية التي يقع رأسها على الدائرة وضلعاها وتران في الدائرة. - قياس الزاوية المحيطة المرسومة على قطر الدائرة يساوي ٩٠°. - الزاويتان المحيطتان المرسومتان على قوس واحد متساويتان. - يسمى الشكل الرباعي بالشكل الرباعي الدائري، إذا وقعت جميع رؤوسه على الدائرة. - مجموع الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري = ١٨٠°. - الزاوية الخارجية في الشكل الرباعي الدائري = الزاوية الداخلية المقابلة لمجاورتها. - العمود النازل من مركز الدائرة على أي وتر فيها ينصف ذلك الوتر. - القطعة المستقيمة الواصلة بين مركز الدائرة ومنتصف أي وتر فيها تكون عمودية على ذلك الوتر. - العمود المنصف لأي وتر في دائرة يمر بالمركز.	- إيجاد قيمة زوايا مرسومة في دوائر معطياتها محددة. - حساب قياسات زاويا مرسومة في دوائر معطياتها محددة. - إثبات خواص بعض الأشكال الهندسية باستخدام العلاقات بين الزوايا المركزية والزوايا المحيطة في الدائرة. - تمييز الأشكال الرباعية الدائرية والأشكال الرباعية عن غيرهما من الأشكال. - إيجاد قيمة زوايا مرسومة في دوائر تحتوي أشكال رباعية دائرية باستخدام العلاقة بين الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري والزاوية الخارجية له. - إثبات خواص بعض الأشكال الهندسية باستخدام خواص الشكل الرباعي الدائري. - إيجاد أطوال قطع مستقيمة في الدائرة باستخدام خواص أوتار الدائرة والأوتار المتقاطعة فيها. - إثبات خواص وعلاقات بعض الأشكال الهندسية باستخدام خواص أوتار الدائرة والأوتار المتقاطعة فيها.

تابع ملحق (٥)

المفاهيم	التعميمات	المهارات
	– إذا تساوى وتران في دائرة فإن بعديهما عن مركز الدائرة متساويان. – إذا تقاطع وتران داخل دائرة، فإن حاصل ضرب جزئي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب جزئي الوتر الثاني. – المماس لدائرة يكون عمودياً على نصف القطر عند نقطة التماس. – المماسان المرسومان لدائرة من نقطة خارجها متساويان. – الزاوية المماسية هي الزاوية المحصورة بين مماس الدائرة وأي وتر في الدائرة مار بنقطة التماس. – الزاوية المماسية تساوي الزاوية المحيطة المرسومة على الوتر في الجهة الأخرى. – الزاوية المحيطة المرسومة على أوتار متطابقة أو أقواس متطابقة تكون متطابقة.	– حساب قياسات زوايا مرسومة داخل وخارج الدائرة باستخدام خواص مماس الدائرة والزاوية المماسية لها. – إيجاد أطوال قطع مستقيمة في الدائرة باستخدام خواص مماسات الدائرة والزاوية المماسة لها. – إثبات خواص وعلاقات بعض الأشكال الهندسية باستخدام خواص مماسات الدائرة والزاوية المماسية لها. – إثبات تطابق مثلثين باستخدام خواص مماس الدائرة. – حساب مساحة ومحيط مثلث مرسوم بداخله دائرة تمس أضلاعه.
	– إذا رسم مماسان لدائرة من نقطة خارجها فإن: ١– القطعتين المستقيمتين اللتين تصلان نقطتي التماس مع نقطة تلاقي المماسين متطابقتان. ٢– المستقيم الواصل بين مركز الدائرة ونقطة تلاقي المماسين ينصف الزاوية المحصورة بين المماسين وينصف الزاوية المحصورة بين نصفي القطرين المارين بنقطتي التماس.	–

ملحق (٧)

تحليل محتوى وحدة المثلثات من كتاب الصف العاشر الأساسي

المفاهيم	التعميمات	المهارات
الزاوية، الوضع القياسي للزاوية، ضلع الابتداء للزاوية، ضلع الانتهاء للزاوية، القياس الموجب للزاوية، القياس السالب للزاوية، دائرة الوحدة، جيب الزاوية، جيب تمام الزاوية، ظل الزاوية، النسب المثلثية للزاوية، الزوايا الخاصة، زاوية المرجع، قياس زاوية المرجع، حل المثلث، زاوية الارتفاع، زاوية الانخفاض النسب الأساسية للزاوية، النسب المشتقة للزاوية.	- الزاوية: زوجان من الأشعة لهما نقطة البداية نفسها. - تكون الزاوية في وضعها القياسي في المستوى إذا كان رأسها نقطة الأصل وضلع الابتداء منطبقاً على محور السينات الموجب. - إذا قطع ضلع الابتداء لزاوية في وضعها القياسي دائرة فإن جيب تمام الزاوية هو الاحداثي السيني لهذه النقطة وجيب الزاوية هو الاحداثي الصادي لها. - جتا (١٨٠ – هـ) = – جتا هـ - جا (١٨٠ – هـ) = جا هـ - ظا (١٨٠ – هـ) = – ظا هـ - جا (١٨٠ + هـ) =– جا هـ. - جتا (١٨٠ + هـ) = –جتا هـ - ظا (١٨٠ + هـ) = ظا هـ - جتا (٣٦٠ – هـ) =– جا هـ - جتا (٣٦٠ – هـ) = جتا هـ - ظا (٣٦٠ – هـ) =– ظا هـ	- تعيين زاوية مرسومة في وضعها القياسي. - تحديد في أي ربع أو على أي محور يقع ضلع الإنتهاء لزاوية قياسها معلوم في وضعها القياسي. - إيجاد جيب وجيب تمام وظل زاوية قياسها معلوم باستخدام دائرة الوحدة. - تحديد إشارة جيب وجيب تمام وظل أي زاوية قياسها معلوم. - إيجاد النسب المثلثية الأساسية لزاوية إذا علمت أحداثيات نقطة تقاطع ضلع الانتهاء لها مع دائرة الوحدة. - إيجاد زاوية المرجع لزاوية قياسها معلوم. - كتابة مساحة المثلث بدلالة أي ضلعين من أضلاعه الثلاثة والزاوية المحصورة بينهما. - كتابة مربع أي ضلع من أضلاع المثلث بدلالة الضلعين الآخرين والزاوية المحصورة بينهما.

تابع ملحق (٧)

المفاهيم	التعميمات	المهارات
	- مساحة المثلث تساوي نصف حاصل ضرب طولي أي ضلعين فيه مضروباً بجيب الزاوية المحصورة بينهما. - في أي مثلث تكون النسبة بين طول أي ضلع وجيب الزاوية المقابلة له ثابتة. - زاوية الارتفاع: هي الزاوية المحصورة بين خط البصر والخط الأفقي عندما نرصد جسماً مرتفعاً. - زاوية الانخفاض: هي الزاوية المحصورة بين خط البصر والخط الأفقي عندما نرصد جسماً منخفضاً. - في أي مثلث يكون مربع أي ضلع فيه يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين مطروحاً منه ضعف حاصل هذين الضلعين في جيب تمام الزاوية المحصورة بينهما.	- حساب مساحة أي مثلث بدلالة أي ضلعين من أضلاعه الثلاثة والزاوية المحصورة بينهما. - إثبات بعض المسائل باستخدام قانون جيب التمام. - إيجاد قياسات زاويا وأضلاع غير معلومة لمثلث باستخدام قانون الجيب. - إثبات صحة متطابقات باستخدام النسب المثلثية ودائرة الوحدة. - إيجاد المسافة بين نقطتين باستخدام قانون جيب التمام. - إيجاد زاويا الارتفاع والانخفاض لبعض المسائل باستخدام قانون الجيب.

ملحق (٨)

قائمة الأهداف السلوكية لوحدة الدائرة للصف العاشر الأساسي

الدرس الأول: أوتار الدائرة:

١. أن يستنتج الطالب العلاقة التي تربط العمود النازل من مركز الدائرة على أي وتر فيها بالاعتماد على بعض خواص المثلث المتساتوي الساقين. (فهم).

٢. أن يتعرف الطالب العلاقة التي تربط القطعة المستقيمة الواصلة بين مركز الدائرة ومنتصف أي وتر فيها بالاعتماد على بعض خواص المثلث المستاوي الساقين. (معرفة).

٣. أن يستخدم الطالب العلاقة التي تربط القطعة المستقيمة الواصلة بين مركز الدائرة ومنتصف أي وتر فيها في حل مسائل هندسية. (تطبيق).

٤. أن يستنتج الطالب العلاقة التي تربط بين الوترين المتساوين في الدائرة وبعديهما عن مركز الدائرة. (فهم).

٥. أن يبرهن الطالب النظرية التي تتعلق بتقاطع وترين داخل الدائرة. (تركيب).

٦. أن يستخدم الطالب النظرية التي تتعلق بتقاطع وترين داخل وخارج الدائرة في حل مسائل هندسية. (تطبيق).

الدرس الثاني: الزوايا المركزية والزوايا المحيطية:

١. أن يميز الطالب المفاهيم المختلفة في الدائرة كالوتر والقطر والقوس من دائرة معطاه. (فهم).

٢. أن يحدد الطالب عناصر الزاوية المركزية من دائرة مرسومة. (معرفة).

٣. أن يحدد الطالب عناصر الزاوية المحيطة من دائرة مرسومة. (معرفة).

٤. أن يبرهن الطالب النظرية التي تربط العلاقة بين الزاوية المركزية والزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس. (تركيب).

٥. أن يستنتج الطالب العلاقة التي تربط بين الزاويتين المحيطيتين المرسومتين على قوس واحد. (فهم).

٦. أن يجد الطالب قياسات زوايا باستخدام النظريات السابقة. (تطبيق).

٧. أن يستخدم الطالب العلاقات السابقة في حل مسائل هندسية. (تطبيق).

الدرس الثالث: مماسات الدائرة:

١. أن يتعرف الطالب مماس الدائرة والزاوية المماسية. (معرفة).

٢. أن يستنتج الطالب العلاقة بين العمود المقام على نصف قطرها عند نقطة التماس ومماس الدائرة (فهم).

٣. أن يبرهن الطالب النظرية التي تربط بين المماسين المرسومين للدائرة من نقطة خارجها. (تركيب).

٤. أن يستخدم الطالب النظرية التي تربط بين المماسين المرسومين للدائرة من نقطة خارجها في حل مسائل هندسية. (تطبيق).

الدرس الرابع: الزاوية المماسية:

١. أن يستنتج الطالب العلاقة التي تربط الزواية المماسية بالزاوية المحيطية المرسومة على الوتر من الجهة الأخرى. (فهم).

٢. أن يستخدم الطالب النظرية التي تربط الزاوية المماسية بالزاوية المحيطية المرسومة على الوتر من الجهة الأخرى في حل مسائل هندسية. (تطبيق).

الدرس الخامس: الشكل الرباعي الدائري والزاوية الخارجة عنه:

١. أن يحدد الطالب خصائص الشكل الرباعي الدائري. (معرفة).

٢. أن يميز الطالب الشكل الرباعي الدائري من الشكل الرباعي غير الدائري باستخدام الخاصية التي تربط بين الزاويا المتقابلة في الشكل الرباعي الدائري. (فهم).

٣. أن يستخدم الطالب العلاقة بين الزاويا المتقابلة في الشكل الرباعي الدائري في حل مسائل هندسية. (تطبيق).

٤. أن يستخدم الطالب العلاقة التي تربط بين الزوايا المتقابلة في الشكل الرباعي الدائري لحل مسائل هندسية. (تطبيق).

٥. أن يتعرف الطالب العلاقة التي تربط بين الزاوية الخارجية في الشكل الرباعي الدائري والزاوية الداخلية المقابلة لمجاروتها. (معرفة).

٦. أن يبرهن الطالب مسائل هندسية بالاعتماد على العلاقة التي تربط بين الزاوية الخارجية في الشكل الرباعي الدائري والزواية الداخلية المقابلة لمجاورتها. (تركيب).

ملحق (٩)

قائمة الأهداف السلوكية لوحدة المثلثات للصف العاشر الأساسي

التي أعدها الباحث تبعاً لسلم بلوم المعرفي:

الدرس الأول: الزاوية والوضع القياسي لها:

١. أن يحدد الطالب الربع أو المحور الذي يقع فيه ضلع الانتهاء لزاوية معلومة. (معرفة).

٢. أن يعين الطالب زاوية مرسومة في وضعها القياسي (فهم).

٣. أن يستخدم الطالب أحداثيات نقطة تقاطع ضلع الانتهاء لزاوية معلومة مع دائرة الوحدة لإيجاد النسب المثلثية لها (تطبيق).

الدرس الثاني: النسب المثلثية:

١. أن يستنتج الطالب أصغر وأكبر قيمة لكل من اقتراني الجيب وجيب التمام (فهم).

٢. أن يحدد الطالب إشارة جيب وجيب تمام وظل زاوية قياسها معلوم (معرفة).

٣. أن يثبت الطالب صحة متطابقة مثلثية (تطبيق).

الدرس الثالث: الجيب وجيب التمام والظل للزاويا ضمن الدورة الكاملة:

١. أن يجد الطالب زاوية المرجع لزاوية قياسها معلوم (معرفة).

٢. أن يستخدم الطالب العلاقات المثلثية بين زاويتين في إيجاد النسب المثلثية لزاوية محصورة بين ٠°٩٠ ، ٠°٣٦٠ (تطبيق).

٣. أن يجد الطالب النسب المثلثية لزاوية قياسها سالب. (فهم).

٤. أن يستخدم الطالب العلاقات المثلثية في حل معادلات مثلثية (تطبيق).

الدرس الرابع: مساحة المثلث بدلالة طولي ضلعين فيه وجيب الزاوية المحصورة بينهما:

١. أن يحسب الطالب مساحة المثلث إذا علم فيه طولا ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما (تطبيق).

٢. أن يكتب الطالب مساحة المثلث بدلالة أي ضلعين من أضلاعه الثلاثة والزاوية المحصورة بينهما (معرفة).

الدرس الخامس: قانون الجيب:

٢. أن يستخدم الطالب قانون مساحة المثلث في إثبات قانون الجيب (تركيب).

٣. أن يجد الطالب عناصر مجهولة في المثلث إذا علم بعضها (تطبيق).

٤. أن يكتب الطالب قانون الجيب بالرموز (معرفة).

الدرس السادس: قانون جيب التمام:

١. أن يكتب الطالب مربع أي ضلع من أضلاع المثلث بدلالة الضلعين الآخرين والزاوية المحصورة بينهما (معرفة).

٢. أن يجد الطالب المسافة بين نقطتين باستخدام قانون جيب التمام (تطبيق).

٣. أن يبرهن الطالب مسائل باستخدام قانون جيب التمام (تركيب).

ملحق (١٠)

توزيع عدد الأهداف على دروس وحدتي الدائرة والمثلثات

للصف العاشر تبعاً لتصنيف مستويات بلوم

الوحدة	مستوى الأهداف / المحتوى	المعرفة	الفهم	التطبيق	المستويات العليا تحليل، تركيب، تقويم	المجموع
الدائرة	أوتار الدائرة	١	٢	٢	١	٦
	الزاوية المركزية والزاوية المحيطة	٢	٢	٢	١	٧
	مماسات الدائرة	١	١	١	١	٤
	الزاوية المماسية	–	١	١	–	٢
	الشكل الرباعي الدائري	٢	١	٢	١	٦
المثلثات	الزاوية والوضع القياسي لها	١	١	١	–	٣
	النسب المثلثية	١	١	١	–	٣
	الجيب وجيب التمام والظل للزوايا ضمن الدورة الكاملة	١	١	٢	–	٤
	مساحة المثلث بدلالة طولي ضلعين فيه وجيب الزاوية المحصورة بينهما.	١	١	١	–	٢
	قانون الجيب	١	–	١	١	٣
	قانون جيب التمام	–	–	١	١	٣
المجموع		١١	١١	١٥	٦	٤٣

نسبة تركيز كل مستوى من مستويات الأهداف = (عدد أهداف المستوى ÷ عدد الأهداف الكلـــي × ١٠٠

نسبة تركيز مستوى المعرفة = (١١÷٤٣)×١٠٠% = ٢٥% تقريباً.

نسبة تركيز مستوى الفهم = (١١÷٤٣) × ١٠٠% = ٢٥% تقريباً.

نسبة تركيز مستوى التطبيق = (١٥÷٤٣) × ١٠٠% = ٣٥% تقريباً.

نسبة تركيز المستويات العليا = (٦ ÷ ٤٣) × ١٠٠% = ١٥% تقريباً.

ملحق (١١)

توزيع عدد الحصص والصفحات ونسب تركيز كل منها على أجزاء المحتوى

لوحدتي الدائرة والمثلثات للصف العاشر

الوحدة	نسبة التركيز / المحتوى	عدد الحصص	نسبة تركيز الحصص	عدد الصفحات	نسبة تركيز الصفحات	معدل التركيز لكل درس
الدائرة	أوتار الدائرة الزاوية المركزية والزاوية المحيطة	٥	٠.١٣	١١	٠.٢٠	٠.١٨
	مماسات الدائرة	٥	٠.١٣	٦	٠.١٢	٠.١٢
	الزاوية المماسية الشكل الرباعي الدائري	٩	٠.٢٤	١٢	٠.٢٢	٠.٢٢
المثلثات	الزاوية والوضع القياسي لها النسب المثلثية	٤	٠.١١	٧	٠.١٣	٠.١٢
	الجيب وجيب التمام والظل للزوايا ضمن الدورة الكاملة مساحة المثلث بدلالة طولي ضلعين فيه وجيب الزاوية المحصورة بينهما.	٨	٠.٢١	١١	٠.٢٠	٠.٢١
	قانون الجيب قانون جيب التمام	٧	٠.١٨	٧	٠.١٣	٠.١٥
المجموع		٣٨	١٠٠%	٥٤	١٠٠%	١٠٠%

نسبة تركيز الحصص = (عدد حصص المحتوى ÷ مجموع الحصص الكلي) × ١٠٠%

نسبة تركيز الصفحات = (عدد صفحات المحتوى ÷ مجموع الصفحات الكلية) × ١٠٠%

معدل التركيز لكل جزء في المحتوى

= (نسبة تركيز الحصص × عدد الحصص + نسبة تركيز الصفحات × عدد الصفحات) / (عدد الحصص + عدد الصفحات)

ملحق (١٢)

الاختبار التحصيلي في وحدتي الدائرة والمثلثات

الاسم: .....

المدرسة: .....

الصف: ..... الشعبة: (.....)

الزمن: (ساعة ونصف)

الجنس: ☐ ذكر ☐ أنثى:

تعليمات الاختبار: يتألف هذا الاختبار من نوعين من الأسئلة هما:

النوع الأول: أسئلة الاختبار من متعدد وعددها (٣٠) فقرة، والمطلوب منك أن تقرأ كل فقرة ثم تضع إشارة (×) داخل المربع على الرمز الذي يمثل الإجابة اصحيحة كما في المثال التالي:

مثال:

١ – ناتج ٨ + ٦ =

أ) ٨ ب) ٢ ج) ١٤ د) ١٢

إن مجموع العددين ٨ + ٦ = ١٤، لذلك فإننا نضع إشارة (×) داخل المربع على الرمز ج) الذي يمثل الإجابة الصحيحة على نموذج الإجابة المنفصل المرفق مع ورق الأسئلة كما يلي:

رمز الإجابة / رقم السؤال	أ	ب	ج	د
١ –			×	

النوع الثاني: مسائل هندسية وعددها مسألتان، والمطلوب منك قراءة هاتين المسألتين بعانية، ثم الإجابة عن كل مسألة في المكان المخصص لذلك.

القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

ضع إشارة (×) على رمز الإجابة الصحيحة للأسئلة (١-٣٠) علـــى نمـــوذج الإجابـــة المنفصل.

١) الزاوية المكونة من مماس دائرة ووتر مرسوم من نقطة التماس تساوي:

أ) ٩٠°

ب) أي زاوية محيطة مرسومة على الجهة الثانية للوتر.

ج) ضعف الزاوية المحيطية المرسومة على الجهة الثانية للوتر.

د) أي زاوية مركزية مرسومة على الجهة الثانية للوتر.

٢) قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة تساوي:

أ) ١٨٠° ب) ٩٠° ج) ٢٧٠° د) ٢٢٠°.

٣) الشكل الذي عدد تماثلاته لا نهائية هو:

أ) مثلث متساوي الساقين ب) مثلث متساوي الأضلاع

ج) مربع د) دائرة

٤) إذا كانت س نقطة خارج الدائرة م، وكان نصف قطرها الدائرة ٦سم فإن (م س) واحده مما يلي:-

أ) م س = ٦ ب) م س > ٦ ج) م س < ٦ د) م س = صفر

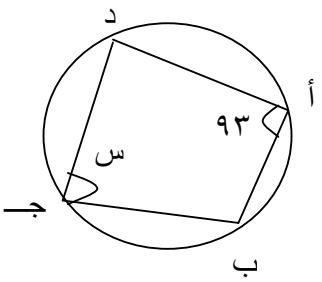
٥) $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطران متطابقان في نصف دائرة، $\overline{بجـ}$ قطر فيها، ما قياس الزاوية أ جـ ب.

أ) ٩٠° ب) ٤٥° ج) ٣٠° د) ٦٠°

٦) رسمت دائرة تمر برؤوس المستطيل أ ب جـ د فإذا كان أ ب = ١٠سم وطول نصف قطر الدائرة = ١٣سم فإن أ د يساوي:

أ) ٢٤ سم ب) ٢٥سم ج) ٢٣ سم د) ٣٦سم.

٧) في الشكل المجاور قيمة س بالدرجات تساوي



أ) ٩٧° ب) ١٠٧° ج) ٩٣° د) ٨٧°

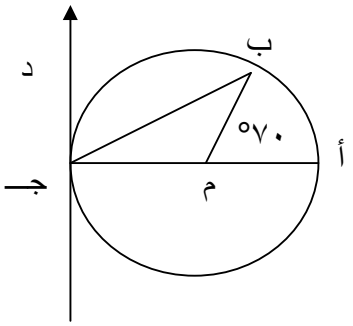
٨) $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ مماسان لدائرة مركزها م، إذا كان أ م = ٥سم، م ب = ٣سم فإن أب بالسنتمترات =

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٦ د) ٨

*** في الشكل المجاور:**

إذا كان $\overleftrightarrow{\text{ج د}}$ يمس الدائرة (م) في جـ، قياس ∢ أ م ب = ٧٠° فإن

٩) قياس ∢ أ جـ د يساوي

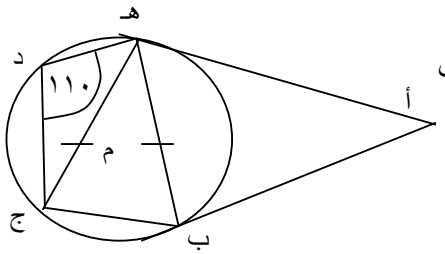


أ) ٣٥° ب) ١٠٠° ج) ٩٠° د) ١٢٠°

١٠) قياس ∢ ب جـ د يساوي

أ) ٢٥° ب) ٥٥° ج) ٧٠° د) ٩٠°

١١) في الشكل المجاور:



$\overline{\text{أ ب}}$، $\overline{\text{أ هـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب، هـ على الترتيب ب هـ = جـ هـ، قياس ∢ د = ١١٠°، قياس ∢ أ يساوي:

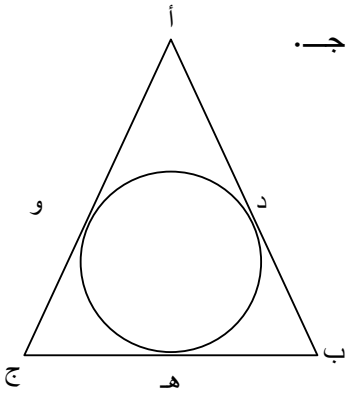
أ) ٤٥° ب) ٤٠° ج) ٣٠° د) ٣٥°

١٢) أ ب حـ د شكل رباعي دائري بحيث أن $\overline{\text{أ ب}}$ قطر للدائرة إذا كان قياس الزاوية ب أ جـ = ٣٥° فما قياس الزاوية أ د جـ

أ) ٨٠° ب) ٤٠° ج) ١٢٥° د) ١٣٥°

١٣) في الشكل المجاور رسمت دائرة داخل المثلث أ ب ج بحيث تمس أضلاعه $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ في النقط د، هـ ، و . على الترتيب إذا كان

أ و = ٣ سم، و جـ = ٤سم، ب جـ = ٦سم جد محيط المثلث أ ب جـ.



أ) ١٨سم ب) ١٦ سم ج) ٢٠ سم د) ٢٢ سم

١٤) الزاوية المماسية هي الزاوية المحصورة بين:

أ) مماس دائرة ونصف قطرها.

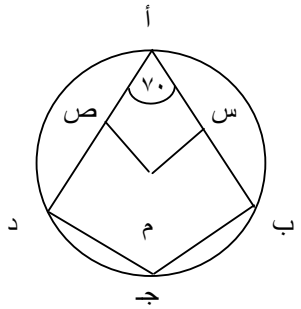
ب) مماس دائرة وأي وتر مار بنقطة التماس.

ج) مماسين.

د) مماس الدائرة ونصف قطرها وقياسها = ٩٠°

*** في الشكل المجاور قياس∢ب أ د = ٧٠° ، اعتمد على الشكل في الاجابة عن الاسئلة ١٥، ١٦**

ص منتصف $\overline{\text{أ د}}$ ، $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ فإن



١٥) قياس ∢ ب جـ د يساوي

أ) ٩٠° ب) ١٠٠° ج) ١٢٠° د) ١١٠°

١٦) قياس ∢ م ص أ يساوي

أ) ١١٠° ب) ٩٠° ج) ١٠٠° د) ١٠°

١٧) في أي ربع يقع ضلع انتهاء الزاوية التي قياسها ١٣٥٥° في الوضع القياسي؟

أ) الأول ب) الثاني ج) الثالث د) الرابع

١٨) إذا قطع ضلع انتهاء الزاوية هـ في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة (−١، ٠)

فإن قياس الزاوية هـ =

أ) صفر° ب) ٩٠° ج) ٢٧٠° د) ١٨٠°

١٩) إذا كانت ٠ ≤ هـ <٣٦٠° فأوجد قيم هـ عندما ظاهـ = −١؟

أ) ١٣٥° ب) ٣١٥° ج) ١٣٥°، ٣١٥° د) ٤٥°، ١٣٥°

٢٠) ما قياس الزاوية الأساسية للزاوية ٤٩٥° في الوضع القياسي؟

أ) ٣٠° ب) ١٣٥° ج) ٢٢٥° د) ٩٥°

٢١) أي من القيم التالية سالبة؟

أ) جا ٣٠° ب) جتا ٣٠٠° ج) ظا ٢٠٠° د) جتا ١٢٠°

٢٢) أي من العبارات التالية خاطئة؟

أ) جا (− هـ) =− جاهـ ب) جتا (−هـ) = جتاهـ

ج) جا (١٨٠−هـ) = جاهـ د) ظا (١٨٠−هـ) = ظاهـ

٢٣) أ ب جـ مثلث فيه أ = ٨سم، ب = ٥سم وقياس الزاوية جـ = ٦٠° جد قيمة جـ.

أ) ٦٤سم ب) ١٢.٥سم ج) ١ ٧سم د) ١٠ سم

٢٤) إذا كان طول عقرب الساعات لساعة حائط = ٢١سم وطول عقرب الدقائق = ٣٠سم.

ما المسافة بين رأسي العقربين، عندما يشيران إلى الساعة الرابعة.

أ) ٢٣ ب) ٤٤.٤سم ج) ٤٠.٣٨سم د) ٢٥ سم

٢٥) إذا كانت هـ زاوية حادة وكان جتاهـ = ٠.٦ فإن جا (١٨٠+هـ) يساوي.

أ) ٠.٦ ب) ٠.٨ ج) ٠.٨ د) − ٠.٦

٢٦) أ، ب، جـ ثلاث مدن، تقع أ شمال ب وتبعد عنها ٤٠ كم، وتقع جـ باتجاه (٤٠°) جنوب غرب أ، وباتجاه (٣٠°) شمال غرب المدينة ب. ما البعد بين المدينتين أ، جـ؟.

أ) ٣٦.٨كم ب) ٨٦.٦كم ج) ٣٨.٦كم د) ٨٣.٦كم.

٢٧) أ ب جـ مثلث فيه أ جـ = ١٦سم، ب جـ = ٢٠سم وقياس الزاوية ب = ٣٠°. ما مساحة المثلث.

أ) ١٦٠سم٢ ب) ١٣٨.٦سم٢ ج) ٣٢٠سم٢ د) لا شيء مما ذكر.

٢٨) جا ٣٣٠° يساوي

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $-\frac{١}{٢}$ ج) $\sqrt{٢}$ د) $\sqrt{٣}$

٢٩) ما قيمة جاهـ قاهـ ظتاهـ؟

أ) ١ ب) -١ ج) جاهـ د) $\frac{١}{٢}$

٣٠) ما قيمة جا^{٢} ٣١٥° + جتا ٣٠٠° + جا^{٢} ٣٣٠°؟

أ) ٢ ب) ١.٥ ج) ١ د) صفر

القسم الثاني: مسائل

أجب عن جميع المسائل التالية:

مسألة (١)

دائرتان متماستان من الداخل في أ، رسم $\overline{\text{ب هـ}}$ في الدائرة الكبرى مماساً للصغرى في جـ ، $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ هـ}}$ يقطعان الدائرة الصغرى في ك، ي على الترتيب، أثبت أن $\overline{\text{ل ي}}$ يوازي $\overline{\text{ب هـ}}$.

مسألة (٢)

يرتكز سلم طوله ١٤ متراً على أرض أفقية وحائط عمودي ويميل السلم علـــى الأرض بزاوية قياسها ٦٠°، إذا دُفع السلم باتجاه الحائط، بحيث زاد ارتفاع رأسه عن الأرض بمقدار ١ متر عما كان عليه أصلا، فكم تصبح زاوية ميل السلم على الأرض؟

ملحق (١٣)

مفتاح الإجابة لاختبار التحصيل في الرياضيات للصف العاشر

الاسم: ..... **الشعبة :** .....

المدرسة: ..... **المادة: الرياضيات**

رقم السؤال / رمز الإجابة	أ	ب	ج	د
١.		×		
٢.		×		
٣.				×
٤.		×		
٥.		×		
٦.	×			
٧.				×
٨.		×		
٩.			×	
١٠.		×		
١١.			×	
١٢.			×	
١٣.	×			
١٤.		×		
١٥.		×		
١٦.		×		
١٧.				×
١٨.				×
١٩.		×		
٢٠.		×		
٢١.				×
٢٢.				×
٢٣.		×		
٢٤.		×		
٢٥.		×		
٢٦.	×			
٢٧.	×			
٢٨.		×		
٢٩.	×			
٣٠.			×	

ملحق (١٤)

كتاب رئاسة الجامعة بخصوص تنفيذ الدراسة

بسم الله الرحمن الرحيم

الجامعة الأردنية

THE UNIVERSITY OF JORDAN

نائب الرئيس لشؤون الكليات الإنسانية
والاجتماعية وخدمة المجتمع

Vice-President for Humanities & Social
Faculties and Community Service

الرقم: ٤/٨/ ١٠٢٤٠٠
التاريخ: ١٤٢٧/٧/١٩هـ
الموافق: ٢٠٠٦/٨/١٣م

معالي وزير التربية والتعليم

تحية طيبة وبعد،

فأرجو إعلامكم أن الطالب جبر عبدالله علي البنا، من طلبة برنامج دكتوراه المناهج العامة في كلية العلوم التربوية، يقوم بإعداد أطروحة بعنوان " أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وعلى التفكير الرياضي والتحصيل لدى طلبة الصف العاشر في الأردن"، ويحتاج إلى تطبيق أداة دراسته على طلبة الصف العاشر في المدارس التابعة لمديرية تربية عمان الأولى والثانية.

أرجو التكرم بالموافقة والإيعاز للمعنيين لديكم بتسهيل مهمة الطالب المذكور أعلاه. علماً بأن المشرف هو الدكتور خالد أبو لوم.

شاكرين لكم اهتمامكم بالجامعة الأردنية وتعاونكم معها.

وتفضلوا بقبول فائق الاحترام.

/رئيس الجامعة
نائب الرئيس لشؤون الكليات الإنسانية
والاجتماعية وخدمة المجتمع

(الدكتور محمد عيد ديراني)

٤ - أيلول ٢٠٠٦

هاتف - ٥٣٥٥٠٠٠ (٦ - ٩٦٢) فرعي ٢١١٢ فاكس ٥٣٥٥٥١١ (٦ - ٩٦٢) عمان ١١٩٤٢ الأردن
Tel: (962-6) 5355000 Ext: 2112 Fax: (962-6) 5355511 Amman 11942 Jordan
E-mail:admin@ju.edu.jo
http://www.ju.edu.jo

ملحق (١٥)

كتاب وزارة التربية والتعليم بخصوص تسهيل مهمة الباحث

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية

وزارة التربية والتعليم

ISO 9001:2000 SYSTEM CERTIFICATION SGS

الرقم : ١٠/٣ التاريخ ١١/٨/٢٠١٤ الموافق ٤/٩/٢٠٠٧

السيد مدير التربية والتعليم لمنطقة عمان الأولى
السيد مدير التربية والتعليم لمنطقة عمان الثانية

الموضوع : البحث التربوي

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته،

يقوم الطالب جبر عبدالله علي البنا بإعداد دراسة بعنوان " أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وعلى التفكير الرياضي والتحصيل لدى طلبة الصف العاشر في الأردن "، وذلك استكمالاً لمتطلبات الحصول على درجة الدكتوراه في المناهج العامة من الجامعة الأردنية، ويحتاج ذلك تطبيق أداة دراسته المكونة من برنامج تدريبي واختبار على عينة من طلبة الصف العاشر الأساسي في المدارس التابعة لمديريتكم.

يرجى تسهيل مهمة الطالب المذكور وتقديم المساعدة الممكنة له.

مع وافر الاحترام

وزير التربية والتعليم

الدكتور قاسم سليمان القضاه

مدير المطبوعات التربوية

نسخة /الانسة رئيس قسم البحث التربوي
نسخة / للملف ١٠/٣

هاتف: ٥٦٠٧١٨١ / ١١ فاكس: ٥٦٦٦٠١٩ ص.ب: (١٦٤٦)

ملحق (١٦)

كتاب مدير التربية والتعليم لمنطقة عمان الأولى لتسهيل مهمة البحث في المدارس التابعة للمديرية

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم

مديرية التربية والتعليم لمنطقة عمان الأولى

الرقم ١٣/٧/١٤ التاريخ ١٣ / ٨ / ١٤٢٧هـ الموافق ٦ / ٩ / ٢٠٠٦م

مديري المدارس ومديراتها

الموضوع / البحث التربوي

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته ؛؛؛

إشارة لكتاب معالي وزير التربية والتعليم رقم ٣/١٠/٤٧٩٨١ تاريخ ٤/٩/٢٠٠٦م .

يقوم الطالب / **جبر عبدالله علي البنا** بإعداد دراسة بعنوان " **أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة الهندسية في تنمية القدرة على حل المسألة الهندسية وعلي التفكير الرياضي والتحصيل لدى طلبة الصف العاشر في الاردن** "

وذلك استكمالاً لمتطلبات الحصول على درجة الدكتوراه في المناهج العامة من الجامعة الأردنية ، ويحتاج ذلك تطبيق أداة دراسته المكونة من برنامج تدريبي واختبار على عينة من طلبة الصف العاشر الأساسي من مدارسكم .

أرجو تسهيل مهمة الطالب وتقديم المساعدة الممكنة له .

واقبلوا الاحترام

مدير التربية والتعليم

نسخة / مدير الشؤون التعليمية والفنية

نسخة / ر . ق التعليم العام وشؤون الطلبة

نسخة / التدريب والتأهيل والإشراف التربوي

م/م ٩/٦

مدير الشؤون الإدارية والمالية

فايز عادل مصطفى

تلفون : (٦ - ٥٦٩٩١٨١) فاكس : (٥٦٩٩٥٨٠) ص.ب : (٩٥٧٩ اللويبدة)

قرار رقم : ٢٠٠٥/٢٨٧

THE EFFECT OF ATRAINING PROGRAM FOR GEOMETRICAL PROBLEM SOLVING STRATEGIES ON DEVELOPING THE GEOMETRICAL PROBLEM SOLVING ABILITY. MATHEMATICAL THINKING AND ACHIEVEMENT FOR TENTH GRADE STUDENT IN JORDAN

By
Jaber Abdullah Ali Al- Banna

Supervisor
Dr. Khaled Mohamad Abu Loum

ABSTRACT

This study aimed at investigating the effect of the training program on strategies related to solving the geometry problem, in developing the ability to solve the geometry problem, mathematical thinking and the achievement of the 10th grade student in Jordan . The study's sample have reached (159) male and female students from the 10th grade distributed on two groups,one experimental (80) Male and female students,other control (79)male and female students,They were selected from two schools related to the Higher Education Directorate schools in Amman for the academic year 2006/2007, The experimental group ; was subject to conduct the study on using geometrical content represented by the Circle Unit and the Triangle one form the 10th grade text book ; while the control which is not subjected to the training program but studies the same content . one of the mathematical teacher was chosen from the boy's school , and other female teacher from the girl's schools was chosen in order to teach the same material to both group.

In order to achieve the study's objectives , researcher designed a training program for experimental group , via (9) strategies to solve geometry problems use it to derive the proper usage and apply it appropriately . The validity of study's instrument was established by an experts committee ; reliability co-efficient was calculated through person equation ,Cronbach's Alpha and (DR-20) , and the assurance of the training period completion , and the study completion of the two units of the Circle and Triangles which lasted ten weeks . The three test were introduced to students by researcher himself during three consecutives days and to all control and experimental groups

The study answered these following questions :

What is the effect of the training program on the ability development in solving geometry problem of 10th grade student ?

What is the effect of the training program on the ability development in mathematical thinking of 10th grade student ?

What is the effect of the training program on mathematical achievement of 10th grade student ?

The researcher has used (ANCOVA) and the study results have found significant difference among the adjusted mean of the students grades in the experimental group, and the mean of the grades of the students in the controlled group for the three tests and the welfare of the experiment group that took training on the strategies to solve the geometry problem in addition to the mathematical content study.

Based on these results, the researcher has recommended to increasing the interest in solving the geometry problem in mathematical curriculum , primary and secondary schools in particular. The increase of interest of the mathematical teachers in training the students on these strategies,it is necessary that the mathematical books to contain some concepts to trigger or stimulate the mathematical thinking , and be taught to teachers through the teachers guides. The school test should also include some mathematical tests that needs form the students high level of thinking, it is also a necessary to make training programs for the teachers on these strategies to solve the geometry problem.